

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

DOTTORATO DI RICERCA IN

Meccanica e Scienze Avanzate dell'Ingegneria – Progetto
Meccanica Applicata

Ciclo XXV

Settore Concorsuale di afferenza: 09/A2 – Meccanica Applicata alle Macchine

Settore Scientifico Disciplinare: ING-IND/13 - Meccanica Applicata alle Macchine

TITOLO TESI

Qualifica a Vibrazioni di Componenti Meccanici: Studio e Verifica di una
Procedura di Test Tailoring

Presentata da: Ing. ROBERTO CIPOLLINI

Coordinatore Dottorato

Chiar. mo Prof. Ing. VINCENZO PARENTI CASTELLI

Relatore

Chiar. mo Prof. Ing. ALESSANDRO RIVOLA

Esame finale anno 2013

Parole chiave:
Test Tailoring
Mission Synthesis
Specifica Tecnica
Danno a fatica
Standard

Ringraziamenti

Vorrei ringraziare tutti coloro che hanno contribuito alla realizzazione di questo lavoro.

Ringrazio il Prof. Ing. Alessandro Rivola e l'Ing. Marco Troncossi per la fiducia ripostami nell'avermi dato la possibilità di svolgere questo percorso e per la dedizione con la quale hanno seguito lo svolgimento del lavoro e chiarito le mie incertezze.

Ringrazio infine i miei genitori per avermi sostenuto nuovamente, moralmente e fisicamente, in questo percorso.

Sommario

Introduzione	6
Capitolo 1 – Test e specifiche tecniche.....	7
1.1. Tipologie di test.	7
1.2. Cenni storici.	8
1.3. Test Tailoring.....	10
1.3.1. Analisi ciclo di vita.....	11
1.3.2. Acquisizioni dati.....	11
1.3.3. Sintesi dati.	12
1.3.4. Definizione test.....	12
1.4. Test Tailoring negli standard.	12
1.4.1. MIL-STD 810.....	12
1.4.2. GAM.EG 13.	12
1.4.3. STANAG 430.....	13
Capitolo 2 – Metodologie di sintesi	14
2.1. Metodo “Involuppo Power Spectral Density”.	14
2.2. Metodo Aberdeen.....	15
2.3. Metodo APD.	16
2.4. Metodo FDS-MRS.	16
2.4.1. Formulazioni analitiche.....	17
2.4.2. Definizione specifica tecnica.....	21
2.4.3. Fattori che influenzano il calcolo della specifica tecnica.....	24
Capitolo 3 – Verifica sperimentale	26
3.1. Dimensionamento provini.....	26
3.1.1. Materiale.....	27
3.1.2. Fixture.	27
3.1.3. Provino.	28
3.2. Vibrazioni acquisite e strumentazione.	30
Capitolo 4 – Prove e risultati.....	36
4.1. Tipologia 1.	37
4.1.1. Input 1.....	37
4.1.2. Output 1.....	38
4.2. Criticità.....	41
4.3. Tipologia 2.	42

4.3.1. Premessa.....	42
4.3.2. Test e Risultati.....	44
4.4. Tipologia 3.....	48
4.5. Tipologia 4.....	51
4.6. Modica alla procedura.....	53
4.6.1. Separazione contributi.....	54
4.6.2. Sintesi parte quasi stazionaria.....	56
4.6.3. Sintesi parte non stazionaria.....	58
4.6.4. Tipologia 5.....	60
4.7. Tipologia 6.....	63
Capitolo 5 – Conclusioni.....	67
Riferimenti	68
Appendice A – Fatica.....	71
Appendice B – Coefficiente di sicurezza.....	75
Appendice C – Formulazioni analitiche.....	78
Appendice D	81
Appendice E.....	82
Appendice F – Componenti industriali per Test Tailoring.....	84
Appendice G – Algoritmo di calcolo.....	87

Introduzione

Molti componenti meccanici durante la loro vita sono soggetti a sollecitazioni dinamiche che nascono a seguito di un moto vibratorio imposto dall'esterno e che possono causarne la rottura a fatica. Questi componenti devono essere progettati in modo tale che non subiscano danneggiamenti quando soggetti a vibrazioni o shock. Gli strumenti di verifica possono essere test sperimentali su prototipi fisici condotti in laboratorio oppure test mediante simulazioni numeriche, in questa tesi ci si concentrerà sull'utilizzo di test condotti in laboratorio.

Attraverso la qualifica a vibrazione, in genere effettuata mediante test in laboratorio utilizzando shaker o tavole vibranti, viene verificata la resistenza meccanica del componente alle sollecitazioni dinamiche che nascono a seguito delle vibrazioni alle quali il componente stesso è soggetto. Le specifiche tecniche che definiscono le modalità con cui eseguire i test possono essere definite attraverso varie procedure, tuttavia il profilo vibratorio da applicare in laboratorio deve avere una durata inferiore al profilo vibratorio reale in modo da realizzare test in tempi contenuti.

La procedura di Test Tailoring definisce un profilo vibratorio di test da applicare in laboratorio a partire dalle reali vibrazioni agenti sul componente. Esistono vari metodi che permettono di effettuare Test Tailoring, lo scopo di questa tesi è di verificare sperimentalmente la validità di una di queste metodologie [1], la quale si prefigge di sintetizzare un profilo vibratorio preservando il danno indotto dalle reali vibrazioni agenti sul componente in esame. L'operazione di sintesi consente di ridurre la durata delle reali vibrazioni agenti durante la vita utile del componente (che possono essere anche decine di migliaia di ore) aumentando l'intensità delle vibrazioni al fine di preservare il danno indotto.

Nel primo capitolo è definito il contesto della tematica di questa ricerca, in particolare sono definiti i concetti di qualifica a vibrazione, specifica tecnica e standard.

Nel secondo capitolo sono illustrate alcune metodologie di sintesi utilizzate per qualificare a vibrazione i componenti meccanici. In particolare verrà descritta nel dettaglio la metodologia oggetto di studio e le motivazioni che hanno portato allo sviluppo di questa ricerca.

Nel terzo capitolo sono definite le modalità con cui viene verificata sperimentalmente la metodologia analizzata nel secondo capitolo. In particolare si introducono gli strumenti usati per la verifica sperimentale: provini, vibrazioni applicate e strumentazione del laboratorio.

Tutte le prove di verifica effettuate, i risultati ottenuti e le modifiche proposte alla metodologia per rendere più robusta la teoria sono descritte nel quarto capitolo.

Infine le conclusioni sono esposte nel quinto capitolo.

Capitolo 1 – Test e specifiche tecniche

In questo capitolo è definito il contesto della tematica di questa ricerca, in particolare vengono definiti i concetti di qualifica a vibrazione, specifica tecnica e standard.

I test di qualifica a vibrazioni vengono condotti in laboratorio, usando shaker o tavole vibranti [2], e sono usati in fase di progettazione di un componente per verificarne la resistenza meccanica alle sollecitazioni applicate durante la sua vita utile. Le specifiche tecniche sono definite all'inizio della fase di progettazione del componente e stabiliscono le modalità con cui i test devono essere condotti, in particolare stabiliscono il tipo di sollecitazione da applicare (vibrazioni random, shock, ecc.), l'intensità e la durata.

E' importante che il componente venga progettato in modo tale che non subisca danneggiamenti durante la sua vita utile e non sia sovradimensionato, per soddisfare queste esigenze le specifiche tecniche devono avere i seguenti requisiti:

- Se il componente non subisce danneggiamenti durante il test, la probabilità che il componente non subisca danneggiamenti durante la sua vita utile deve essere molto alta, questo significa che le sollecitazioni applicate in laboratorio devono essere severe almeno quanto quelle reali.
- Se il componente subisce danneggiamenti durante il test, la probabilità che il componente subisca danneggiamenti durante la sua vita utile deve essere molto alta, questo significa che la severità delle sollecitazioni applicate in laboratorio non deve essere eccessivamente superiore alla severità delle reali sollecitazioni.

In linea teorica i test di qualifica a vibrazione possono essere condotti in situ installando il componente nelle medesime condizioni di esercizio utilizzando tutte le specifiche interfacce, in modo da applicare esattamente le reali sollecitazioni subite durante la vita utile. I vantaggi sono la possibilità di applicare le reali sollecitazioni alle quali è soggetto il componente in esame, inoltre in questo caso non è richiesta l'attrezzatura da laboratorio e nemmeno la definizione di un'adeguata specifica tecnica. Gli svantaggi sono, in generale, l'impossibilità pratica di applicare le vibrazioni per una durata pari alla vita utile e quindi l'impossibilità di verificare a fatica un componente.

1.1. Tipologie di test.

Durante le fasi di progettazione e sviluppo di un componente, oltre ai test di qualifica a vibrazione possono essere utilizzati altri tipi di test che vengono classificati [1] secondo gli obiettivi con cui vengono eseguiti:

- Characterization test, hanno lo scopo di determinare le proprietà meccaniche del materiale (ad esempio il modulo di elasticità, la curva di fatica, ecc.).
- Identification test, hanno lo scopo di determinare le caratteristiche dinamiche del componente (ad esempio i modi di vibrare, la funzione di trasferimento, ecc.).
- Evaluation test, vengono usati nelle fasi preliminari di progettazione di un componente e si applicano sollecitazioni maggiori di quelle reali per effettuare un dimensionamento di massima.

- Development test, vengono utilizzati per determinare eventuali “punti deboli” del componente ed effettuare analisi comparative tra diversi design, quindi le sollecitazioni applicate possono essere diverse da quelle reali.
- Qualification test (test di qualifica), vengono usati per verificare la resistenza meccanica del componente durante la sua vita utile, quindi è importante che le sollecitazioni applicate siano rappresentative delle reali sollecitazioni che agiscono sul componente. Nel caso in cui si debba qualificare un sistema costituito dall’assemblaggio di più componenti i test di qualifica devono essere effettuati su ogni singolo componente e sull’intero sistema.
- Certification test, sono simili ai test di qualifica ma lo scopo è quello di verificare che il componente sia in grado di soddisfare dei requisiti minimi definiti da specifici enti, quindi la sollecitazione applicata non è necessariamente rappresentativa delle reali sollecitazioni che agiscono sul componente durante la sua vita utile.
- Stress screening test, vengono eseguiti su tutti gli esemplari di un determinato componente per identificare e scartare eventuali componenti difettosi.
- Reception test, anche chiamati acceptance test hanno lo stesso scopo dei test di qualifica ma sono meno accurati, in genere vengono condotti con sollecitazioni meno severe di quelle reali.
- Series test, vengono effettuati su tutti gli esemplari di un componente per verificare determinate caratteristiche funzionali.
- Sampling test, vengono eseguiti su un campione di esemplari di un componente per verificarne la qualità.
- Reliability test, vengono eseguiti su un campione di esemplari di un componente per determinare l’affidabilità. Le sollecitazioni applicate devono avere la stessa intensità di quelle reali ma devono avere una durata superiore per portare a rottura i componenti.

1.2. Cenni storici.

Attualmente le specifiche tecniche possono essere ottenute in due modi: utilizzando standard oppure ricavandole da dati sperimentali [1].

Inizialmente i primi test (anni '40) venivano eseguiti verificando la resistenza di un componente a vibrazioni non necessariamente simili a quelle alle quali è soggetto durante la sua vita utile, generalmente più severe per garantirne la resistenza meccanica. In assenza di una procedura razionale, le specifiche tecniche erano fortemente influenzate dal giudizio personale di chi doveva condurre i test e dalle attrezzature disponibili in laboratorio.

Un elevato numero di segnali di vibrazione sono stati misurati e raccolti su aeromobili tra il 1945 e il 1950 i quali sono stati utilizzati per scrivere i primi standard. Uno dei primi metodi per sfruttare questi dati ai fini di ottenere specifiche tecniche è stato quello di classificarli in categorie. I segnali sono stati filtrati con un filtro bassa banda la cui frequenza centrale è stata variata da qualche Hz a 2000 Hz, infine è stato considerato il valore massimo del segnale filtrato in funzione della frequenza centrale del filtro. Questa procedura è stata effettuata per ogni segnale acquisito, su diversi aeromobili e in diverse condizioni operative. Infine sono stati ottenuti dei grafici

interpolando con linee rette i punti, in un grafico doppio-logaritmico, dell'ampiezza massima del segnale in funzione della frequenza centrale del filtro. La specifica tecnica poteva essere ricavata sfruttando tali grafici: considerando la frequenza di risonanza del componente in esame e applicando una vibrazione sinusoidale avente ampiezza pari al livello di vibrazione corrispondente a tale frequenza. Queste condizioni sono però poco rappresentative delle reali vibrazioni alle quali è soggetto il componente, in quanto difficilmente un componente si trova a essere sollecitato a una frequenza costante (coincidente con una frequenza naturale) per lunghi periodi di tempo.

Alcuni autori proposero delle modifiche per rendere i test più realistici, applicando delle vibrazioni sinusoidali a frequenza variabile (swept sine).

La durata di applicazione delle vibrazioni veniva scelta arbitrariamente oppure veniva ricavata una durata ridotta a partire dalla reale durata delle vibrazioni (Eq. 1.1):

$$\frac{T_{RIDOTTO}}{T_{REALE}} = \left(\frac{x_{REALE}}{x_{RIDOTTO}} \right)^b \quad \text{Eq. 1.1}$$

Dove T è il tempo, x è il livello di vibrazione e b è la pendenza della curva di fatica del materiale in un grafico doppio-logaritmico (approssimando la curva a fatica con l'equazione di Basquin Eq. 1.2).

$$N\sigma^b = C \quad \text{Eq. 1.2}$$

La più grande svolta avvenne nel 1955 quando fu scoperta la necessità di simulare in laboratorio le vibrazioni random caratteristiche di molte applicazioni. Le vibrazioni random vennero introdotte negli standard tra il 1955 e il 1960 anche se con alcune opposizioni. Sostanzialmente i problemi erano legati al fatto che l'attrezzatura per riprodurre le vibrazioni random era poco diffusa e costosa.

Un aspetto importante è legato al fatto che in molte applicazioni reali i modi di vibrare di un componente, o di un sistema, sono eccitati simultaneamente. Applicando vibrazioni sinusoidali (sia a frequenza costante sia a frequenza variabile) i modi di vibrare di un componente sono eccitati uno alla volta invece applicando vibrazioni random possono essere eccitati tutti simultaneamente.

Gli standard più usati sono:

- AIR 7304 “Environmental Test Condition for Aeronautic Equipment: Electrical, Electronic and On-board Instruments”. (Standard Francese).
- GAM-T13 – Inter-Army “General Testing of Electronic and Telecommunications Equipment”. (Standard Francese). Sostituito in seguito da GAM.EG 13.
- MIL-STD standards. Il più noto è il MIL-STD 810 “Environmental Engineering Considerations and Laboratory Tests”. (Standard U.S.A.).

Questi standard prescrivono livelli di vibrazione ottenuti a partire da vibrazioni reali ma raramente è specificata l'esatta origine dei dati e le condizioni nelle quali sono stati ottenuti, tuttavia è consigliato utilizzarli solo in alcuni casi:

- Se le condizioni di utilizzo di un componente non sono ben note.
- Se non ci sono dati disponibili per l'applicazione in esame e non è possibile reperirli in nessuna applicazione simile.
- E' richiesta la qualifica utilizzando specifici standard nazionali o internazionali.

Per coprire tutte le possibili casistiche che si possono incontrare i livelli prescritti negli standard sono eccessivamente severi. Inoltre essendo la natura di questi standard militare, i livelli di vibrazione proposti sono in generale estremi per il dimensionamento di un componente a uso civile. Questo comporta un sovradimensionamento che può essere non accettabile perché può essere richiesto che il componente abbia un peso il più basso possibile oppure perché i costi di realizzazione del componente sarebbero troppo elevati.

1.3. Test Tailoring.

Dagli anni '80 si è cominciata a dare una maggiore importanza all'utilizzo di dati sperimentali specifici ottenuti per l'applicazione in esame. Alcuni standard hanno cominciato a raccomandare l'utilizzo di misure sperimentali nel caso in cui fossero disponibili, per la scrittura di una specifica tecnica. Questa procedura è nota come Test Tailoring.

La specifica tecnica deve essere ottenuta a partire dalle reali vibrazioni applicate durante tutte le fasi che compongono il ciclo di vita del componente in esame, in questo modo i livelli di vibrazione applicati durante i test risultano più simili a quelli a cui il componente si trova soggetto durante il suo reale utilizzo, evitando indesiderati sovradimensionamenti.

Il vantaggio dell'utilizzo delle reali vibrazioni alle quali il componente è soggetto per la scrittura della specifica tecnica è la possibilità di effettuare test realistici con margini di sovradimensionamento controllati. Uno svantaggio sta nel fatto che se il componente si trova a operare in condizioni anche leggermente diverse da quelle considerate per la scrittura della specifica tecnica è necessario riscrivere la specifica tecnica e rifare i rispettivi test di qualifica. Un ulteriore svantaggio consiste nei costi legati alla stesura di una specifica tecnica.

Se la specifica tecnica prescrive l'esatta riproduzione delle misure effettuate risulta evidente che le condizioni di sollecitazione del test di qualifica sono uguali a quelle reali (considerando che la strumentazione del laboratorio consenta di riprodurre fedelmente le vibrazioni misurate). A causa di una serie di problematiche pratiche questo approccio non è utilizzabile, infatti, per verificare la resistenza a fatica di un componente con una vita utile di centinaia o migliaia di ore sarebbe richiesto un test della medesima durata. Inoltre se il componente deve essere installato su diversi sistemi (ad esempio diversi veicoli) o in diversi punti, risulta impraticabile la riproduzione in laboratorio delle vibrazioni che nascono in tutte le casistiche possibili. Ad eccezione di alcune particolari applicazioni, ad esempio dove la durata delle reali vibrazioni è breve, risulta necessario definire una procedura per sintetizzare le reali vibrazioni in una vibrazione che abbia una durata inferiore ma che produca gli stessi effetti dal punto di vista del danno indotto. L'obiettivo è di

riprodurre in laboratorio gli stessi effetti delle reali vibrazioni piuttosto che riprodurre le vibrazioni stesse.

Le ultime edizioni degli standard MIL-STD 810 e GAM.EG 13 richiedono l'utilizzo del Test Tailoring e prescrivono una metodologia suddivisa in quattro fasi:

1. Definizione del ciclo di vita del componente, specificando tutte le condizioni di utilizzo e i parametri caratteristici delle sollecitazioni (tipologia, durata, sequenza, ecc.).
2. Acquisizione delle vibrazioni agenti sul componente durante tutte le fasi individuate nel precedente punto, per una durata sufficientemente lunga da tenere in considerazione la variabilità statistica del fenomeno.
3. Sintesi dei dati acquisiti per ottenere un profilo vibratorio di durata ragionevole, cercando di preservare gli effetti dal punto di vista del danno indotto dalle reali vibrazioni.
4. Definizione dei test da eseguire in laboratorio (numero, tipologia, sequenza, ecc.).

Tutte le procedure di Test Tailoring prescrivono metodologie analoghe a quella appena definita. La procedura di Test Tailoring che utilizza per la sintesi il metodo descritto nella sezione 2.4 viene generalmente chiamata Mission Synthesis.

1.3.1. Analisi ciclo di vita.

Il ciclo di vita del componente in esame viene suddiviso in fasi elementari chiamate situazioni ad esempio immagazzinamento, trasporto con veicolo da strada, trasporto con aeromobile, vita utile operativa, ecc. All'interno di ogni situazione vengono individuati eventi circostanziati per isolare profili vibratori diversi, tutti significativi dal punto di vista della sollecitazione indotta, ad esempio per la fase di trasporto con aeromobile gli eventi significativi possono essere: decollo, volo a velocità di crociera, atterraggio, ecc. Per ogni evento vengono stabiliti i parametri che influenzano la severità di shock e/o vibrazioni, ad esempio velocità, durata, ecc.

1.3.2. Acquisizioni dati.

Per ogni evento (di ogni situazione) individuato nel passo precedente, vengono stabilite quantitativamente le vibrazioni e/o shock. Questo può essere effettuato in diversi modi:

- Acquisendo le vibrazioni applicate alla base del componente nelle reali condizioni (stesso veicolo, stesso percorso, ecc.). Questo è il caso più favorevole ma non sempre realizzabile.
- Acquisendo le vibrazioni nel punto d'installazione del componente ma senza il componente installato. Questo può avvenire nel caso in cui il componente non è disponibile perché in fase di progettazione.
- Acquisendo le vibrazioni in un'applicazione simile, ad esempio in un veicolo simile a quello reale.
- Prendendo i dati da standard, nelle condizioni il più possibile simili a quelle in esame.

1.3.3. Sintesi dati.

L'applicazione del metodo di Test Tailoring necessita di un'adeguata procedura di sintesi. Nel prossimo capitolo verranno descritte alcune metodologie di sintesi, in particolare quella oggetto di studio. Sostanzialmente l'operazione di sintesi dei dati ha lo scopo di fornire un profilo vibratorio di durata ridotta rispetto al profilo acquisito preservando gli effetti dal punto di vista del danno indotto.

1.3.4. Definizione test.

Durante l'operazione di sintesi dei dati in genere si riducono tutte le misure effettuate a un'unica vibrazione (per dettagli vedere Capitolo 2). In alcuni casi può essere necessario sintetizzare più vibrazioni ad esempio per effettuare analisi comparative di diversi eventi misurati oppure perché solo alcuni eventi sono caratterizzati anche da sollecitazioni termiche e si vogliono effettuare test termici/meccanici combinati. In questi casi è necessario stabilire un ordine cronologico con cui condurre i test cercando sia di ottimizzare i tempi e i costi di realizzazione sia di realizzare test rappresentativi delle reali condizioni di sollecitazione.

1.4. Test Tailoring negli standard.

Attualmente tre standard richiedono l'utilizzo del Test Tailoring: MIL-STD 810, GAM.EG 13 e lo standard NATO STANAG 430.

1.4.1. MIL-STD 810.

La prima edizione dello standard MIL-STD 810 fu introdotta nel 1962 e nacque da uno standard del 1945 denominato Army Air Force Specification n° 41065 - General Specification for Environmental Test of Equipment.

La quarta edizione del MIL-STD 810 (edizione D) del 1983 fu la prima a richiedere l'utilizzo del Test Tailoring, e lo definisce come: *“The process of choosing design characteristics/tolerances and test environments, methods, procedures, sequences and conditions, and altering critical design and test values, condition of failure, etc., to take into account the effects of the particular environmental forcing functions to which materiel normally would be subjected during its life cycle. The tailoring process also includes preparing or reviewing engineering task, planning, test, and evaluation documents to help ensure realistic weather, climate, and other physical environmental conditions are given proper consideration throughout the acquisition cycle”*.

1.4.2. GAM.EG 13.

Lo standard GAM.EG 13 fu introdotto nel 1986 a sostituzione del GAM-T13. Viene richiesto l'utilizzo del Test Tailoring e lo definisce come: *“a concept leading to the study,*

development, completion and testing of material according to the real environment it is liable to encounter”.

Questo standard contiene un'appendice dove si propone l'utilizzo del metodo di sintesi descritto nella Sezione 2.4.

1.4.3.STANAG 430.

Lo standard STANAG 430 è stato introdotto dalla NATO nel 1986 ed è costituito da una serie di documenti chiamati AECTP. Si specifica l'utilizzo del Test Tailoring e viene definito il concetto di *“Environmental project tailoring: the process of assuring that materiel is designed, developed and tested to requirements which are directly derived from the anticipated service use conditions. A test program should normally reflect environmental stresses anticipated throughout the materiel's life cycle, and tests should be based on the anticipated environmental scenarios. The specified tests and their severities should be derived from the most realistic environments, either single or in combination. In particular, data obtained from real-world platforms as influenced by natural environmental conditions should be used to determine test criteria”.*

Capitolo 2 – Metodologie di sintesi

In questo capitolo vengono illustrate alcune metodologie di sintesi utilizzate nella procedura di Test Tailoring per qualificare a vibrazione i componenti meccanici [3], in particolare nella sezione 2.4 verrà descritta nel dettaglio la metodologia oggetto di studio.

2.1. Metodo “Inviluppo Power Spectral Density”.

Il metodo più semplice, ed anche quello più datato, sfrutta il calcolo della Power Spectral Density (PSD). Per ogni misura effettuata viene calcolata la PSD e infine viene considerata la PSD inviluppo. In genere la specifica tecnica coincide con la PSD inviluppo alla quale viene applicato un coefficiente correttivo per compensare le limitazioni del metodo [4].

La più grossa limitazione consiste nel fatto che non è teoricamente corretto calcolare la PSD per una vibrazione non stazionaria, quindi risulta necessario utilizzare questo metodo di sintesi solo quando si ha a che fare con vibrazioni stazionarie. Il calcolo della PSD per vibrazioni non stazionarie può comunque essere effettuato, ma le vibrazioni sintetizzate in questo modo possono avere una severità molto diversa rispetto alle vibrazioni non stazionarie di partenza, rendendo inefficace l'operazione di sintesi.

Un'ulteriore limitazione è che l'operazione d'inviluppo può portare a modifiche sostanziali del valore RMS (Root Mean Square) del segnale con conseguente variazione della severità delle vibrazioni sintetizzate rispetto a quelle misurate. Un esempio è mostrato in Figura 2.1.

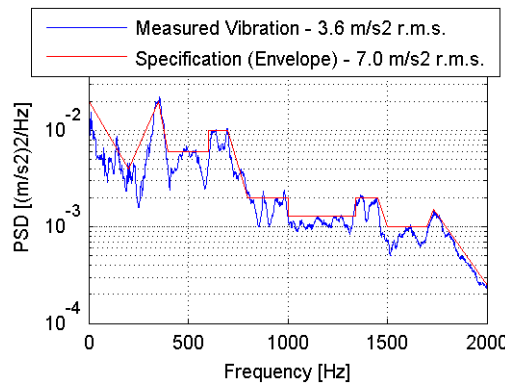


Figura 2.1 – Calcolo PSD inviluppo.

Queste limitazioni si amplificano quando devono essere inviluppate PSD molto diverse e quando si cercano durate delle vibrazioni sintetizzate ridotte rispetto alle vibrazioni di partenza.

Se le vibrazioni da inviluppare hanno tutte la stessa PSD e la stessa durata allora la durata delle vibrazioni sintetizzate viene ricavata sfruttando l'Eq. 2.1.

$$T_{RIDOTTO} = T_{REALE} \left(\frac{\ddot{x}_{RMS-REALE}}{\ddot{x}_{RMS-INVILUPPO}} \right)^b \quad \text{Eq. 2.1}$$

Dove T è il tempo, \ddot{x}_{RMS} è il valore RMS dell'accelerazione e b è la pendenza della curva di fatica del materiale in un grafico doppio-logaritmico.

Nel caso in cui le vibrazioni da involuppare abbiano diverse PSD e diverse durate, la durata delle vibrazioni sintetizzate viene ricavata sfruttando l'Eq. 2.2.

$$T_{RIDOTTO} = \sum_i T_{RIDOTTO_i} = \sum_i T_{REALE_i} \left(\frac{\ddot{x}_{RMS-REALE_i}}{\ddot{x}_{RMS-INVILUPPO}} \right)^b \quad \text{Eq. 2.2}$$

A questo metodo può essere affiancato il calcolo del Peak Hold Spectra su finestre temporali all'interno della vibrazione acquisita. Confrontando il Peak Hold Spectra con la PSD dell'intero segnale è possibile valutare la presenza di eventuali fenomeni non stazionari. Tuttavia l'utilizzo del Peak Hold Spectra per la definizione di una specifica tecnica può portare a livelli di vibrazione troppo severi, in quanto il Peak Hold Spectra può essere rappresentativo solo di qualche istante di tempo all'interno dell'intera acquisizione. In definitiva il Peak Hold Spectra può essere utilizzato come indicatore della presenza di eventuali fenomeni non stazionari e della massima severità delle vibrazioni acquisite.

2.2. Metodo Aberdeen.

Questo metodo è stato utilizzato dall'ente "US Army Aberdeen Proving Ground" per ricavare alcune specifiche tecniche proposte nella MIL-STD 810, in particolare quelle relative al trasporto su veicoli terrestri (su ruote, cingoli, ecc.).

Vengono considerate una serie di misure fatte in diverse condizioni: diverse posizioni di misura sul veicolo, diversi fondi stradali e diverse velocità di percorrenza. I dati vengono elaborati calcolando per ogni misura la PSD e combinati con una procedura articolata. Sostanzialmente le diverse PSD vengono combinate valutando una PSD complessiva data dal valore medio più una deviazione standard (valore medio e deviazione standard sono valutati per ogni frequenza di definizione delle PSD). La stessa operazione può essere effettuata se si vogliono tenere in considerazione diversi veicoli.

Dato che anche questo metodo sfrutta il calcolo della PSD, è consigliabile analizzare solo vibrazioni stazionarie, quindi è opportuno effettuare le misure a diversa velocità di percorrenza ognuna a velocità costante. Da questo punto di vista le limitazioni sono le stesse del metodo descritto nella sezione precedente.

Il vantaggio è che propone un modo di tenere in considerazione la variabilità di diversi aspetti: diversi punti di misura sul veicolo, diversi fondi stradali, diverse velocità ed eventualmente diversi veicoli. Tuttavia è importante sottolineare che queste diverse condizioni di misura (diversi punti, diversi fondi stradali, ecc.) non sono state scelte in modo arbitrario ma sono state proposte delle linee guida dall'ente "US Army Aberdeen Proving Ground". Inoltre non è documentata la validità della procedura con cui si tiene conto della variabilità di questi aspetti.

2.3. Metodo APD.

Questo metodo sfrutta sia la PSD che la Amplitude Probability Density (APD) delle vibrazioni acquisite. E' stato sviluppato da un'università inglese (Cranfield University) e proposto per essere inserito in uno standard (UK Def Stan 00-35). Il metodo è descritto nel dettaglio in [5], essenzialmente la PSD viene utilizzata in maniera analoga al metodo descritto in 2.1, mentre l'utilizzo della APD permette di tenere in considerazione eventi transitori non stazionari. Tuttavia il modo con cui si tiene conto degli eventi transitori non stazionari ha un limite in quanto si suppone che tutti gli eventi (stazionari e non stazionari) abbiano lo stesso contenuto in frequenza. Inoltre per avere una buona stima della APD è richiesta una durata molto lunga delle vibrazioni acquisite.

2.4. Metodo FDS-MRS.

Questo metodo è stato originariamente sviluppato dall'ente "French Atomic Energy Authority" e sfrutta due funzioni denominate Fatigue Damage Spectrum (FDS) e Maximum Response Spectrum (MRS) quest'ultima anche chiamata Extreme Response Spectrum (ERS).

L'obiettivo con il quale il metodo è stato sviluppato è di quantificare e comparare gli effetti, dal punto di vista del danno indotto, di diverse sollecitazioni dinamiche su un dato componente modellandolo con un sistema lineare ad un grado di libertà. Si assume che se due sollecitazioni dinamiche (che nascono a seguito del moto imposto) producono lo stesso danno sul sistema lineare ad un grado di libertà preso a riferimento allora producono lo stesso danno anche sul componente in esame.

La frequenza naturale del sistema lineare ad un grado di libertà viene variata in un range di frequenze tali da coprire le frequenze di risonanza del componente in esame. Questo modello di riferimento ad un grado di libertà ha il solo scopo di consentire di comparare effetti di diverse sollecitazioni dinamiche, permettendo anche di effettuare delle valutazioni in fase di progettazione quando il componente non è ancora definito.

In pratica il metodo viene utilizzato quantificando il danno prodotto dalle vibrazioni misurate e sintetizzando una vibrazione equivalente che produca lo stesso danno. Si suppone che il danno, generato da vibrazioni e shock, a cui può essere sottoposto il componente possa essere di due tipi: danneggiamento dovuto al superamento di tensioni limite (ad esempio la tensione di rottura o di snervamento del materiale) e danneggiamento a fatica. Generalmente fenomeni impulsivi come gli shock generano elevati valori delle tensioni istantanee e quindi possono danneggiare il componente a seguito del superamento di tensioni limite, mentre l'effetto nel tempo dell'applicazione di vibrazioni è di affaticare il componente ed eventualmente provocare una rottura per fatica. Questi due tipi di danneggiamento vengono calcolati rispettivamente con due funzioni MRS e FDS, la cui formulazione analitica è definita in 2.4.1. Il MRS quantifica le tensioni massime mentre il FDS quantifica il danno a fatica e sono entrambi funzioni della frequenza naturale del sistema lineare ad un grado di libertà.

Questa metodologia presenta molti vantaggi, ad esempio consente di poter analizzare qualsiasi tipologia di vibrazione (stazionaria e non stazionaria). Nelle prossime sezioni verranno

descritte nel dettaglio le formulazioni, l'uso delle funzioni MRS e FDS per l'operazione di sintesi e alcune considerazioni pratiche. Questa procedura è utilizzata da diversi autori [1], [6], [7], [8], [9], [10] tuttavia non è presente nessun riferimento in letteratura che ne certifichi la validità tramite evidenza sperimentale. L'obiettivo dell'attività di ricerca è stato quello di verificare sperimentalmente la validità del metodo, con le modalità descritte nel Capitolo 3.

2.4.1. Formulazioni analitiche.

Entrambe le formulazioni MRS e FDS si basano sulle seguenti ipotesi:

- Il componente viene modellato con un sistema lineare ad un grado di libertà.
- Le tensioni si considerano proporzionali allo spostamento relativo (tra massa e base).

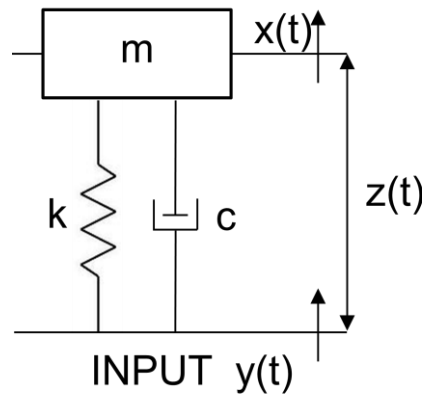


Figura 2.2 – Sistema lineare ad un grado di libertà utilizzato per il calcolo delle funzioni MRS e FDS.

La vibrazione per la quale si vogliono calcolare le funzioni MRS e FDS è indicata in Figura 2.2 come $y(t)$, e rappresenta la vibrazione che si vuole sintetizzare (in particolare rappresenta lo spostamento, l'accelerazione viene indicata con \ddot{y}). $z(t)$ è lo spostamento relativo tra la base e la massa m , k è la costante elastica e c è il coefficiente di smorzamento viscoso.

La frequenza naturale del sistema ad un grado di libertà viene indicata con f_0 (Eq. 2.3), mentre il fattore di smorzamento viene indicato con ξ (Eq. 2.4).

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{Eq. 2.3}$$

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad \text{Eq. 2.4}$$

La funzione MRS quantifica le tensioni massime, essendo le tensioni proporzionali allo spostamento relativo (Eq. 2.5), il MRS è proporzionale allo spostamento relativo massimo. K dipende dal modulo di elasticità del materiale e dalle caratteristiche geometriche del componente.

Fissata una vibrazione $y(t)$, il MRS è definito come lo spostamento relativo massimo di un sistema ad un grado di libertà, al variare della frequenza naturale e per un dato fattore di smorzamento. Per analogia con lo Shock Response Spectrum lo spostamento relativo viene moltiplicato per la pulsazione naturale del sistema ad un grado di libertà al quadrato. La definizione del MRS è perciò identica alla definizione di Shock Response Spectrum (SRS) [11], l'unica differenza è solo formale, cioè il MRS viene calcolato per qualsiasi tipo di vibrazione mentre lo SRS viene in genere calcolato solo per shock.

$$\sigma = Kz \quad \text{Eq. 2.5}$$

$$MRS = (2\pi f_0)^2 z_{max} \quad \text{Eq. 2.6}$$

In Figura 2.4 viene riportato l'andamento del MRS calcolato per una vibrazione sinusoidale a frequenza costante pari a 10 Hz, ampiezza 10 m/s² e durata pari a 1 s (Figura 2.3). In Figura 2.6 viene riportato l'andamento del MRS calcolato per una vibrazione random stazionaria di durata pari a 1 s (Figura 2.5). In entrambi i casi è stato utilizzato un fattore di smorzamento del 5% e il MRS è stato valutato in un range di frequenze naturali del sistema ad un grado di libertà tra 2 e 700 Hz.

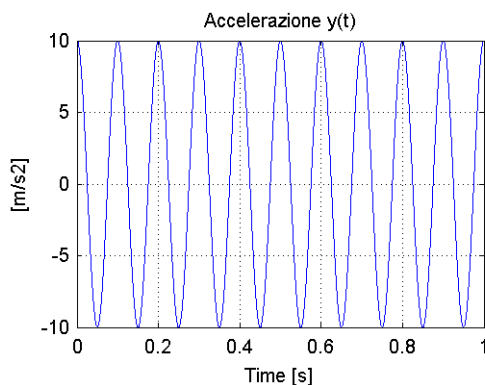


Figura 2.3 – Accelerazione sinusoidale.

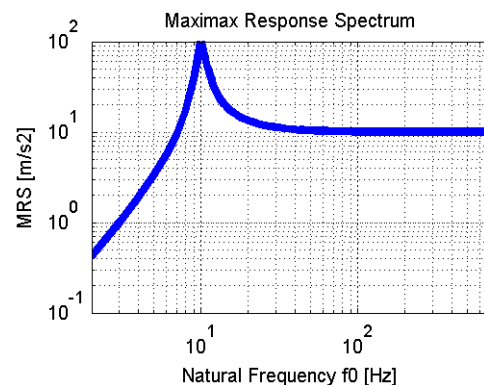


Figura 2.4 – MRS.

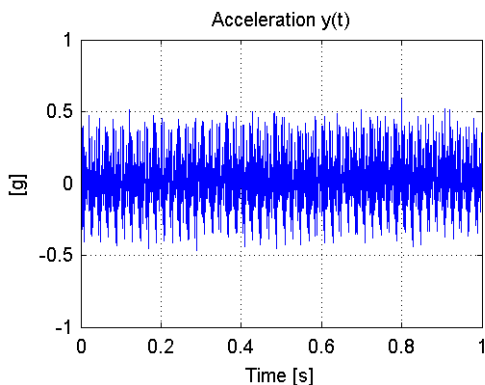


Figura 2.5 – Accelerazione random stazionaria.

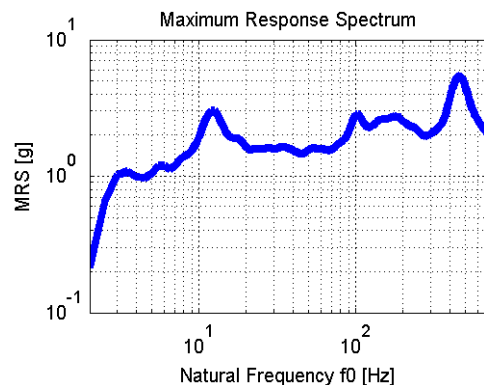


Figura 2.6 – MRS.

La formulazione del FDS si basa, oltre che sulle due precedenti ipotesi, anche sulle seguenti ipotesi:

- Danno e accumulo del danno, definiti secondo la teoria di Miner [12].
- Curva di fatica del materiale (curva di Wohler) rappresentata dalla legge di Basquin (Eq. 2.8).

Vengono riportati alcuni concetti fondamentali sulla teoria della fatica, per ulteriori approfondimenti si rimanda in Appendice A o [13].

Fissata una vibrazione $y(t)$, la funzione FDS quantifica il danno a fatica (secondo la definizione di Miner) subito dal sistema ad un grado di libertà in funzione della sua frequenza naturale, per un dato fattore di smorzamento.

Considerando una tensione sinusoidale di ampiezza σ applicata al componente in esame per n cicli, la teoria di Miner definisce il danno (d) come:

$$d(\sigma) = \frac{n}{N(\sigma)} \quad \text{Eq. 2.7}$$

Dove N dipende dall'ampiezza σ della tensione e rappresenta il numero massimo di cicli applicabili prima della rottura per fatica. N si ricava dalla curva di fatica del materiale di cui è costituito il componente in esame (Figura 2.7). La curva di fatica (curva di Wohler) viene generalmente approssimata nella zona di fatica ad alto numero di cicli da una retta in un grafico doppio-logaritmico (Figura 2.7). L'espressione analitica del tratto di questa curva è chiamata legge di Basquin ed è definita dall'Eq. 2.8.

$$N\sigma^b = C \quad \text{Eq. 2.8}$$

Il parametro b viene chiamato esponente della curva di Wohler, indice a fatica o pendenza della curva di fatica (in quanto rappresenta la pendenza della curva a fatica in un grafico doppio-logaritmico). C è una costante.

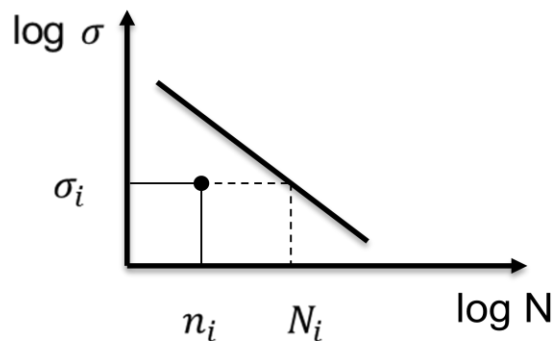


Figura 2.7 – Curva di Wohler nel tratto di fatica ad alto numero di cicli.

Inoltre la teoria di Miner definisce anche un'ipotesi sull'accumulo del danno, in particolare suppone che sia lineare. Applicando diverse sollecitazioni σ_i ognuna per n_i cicli il danno complessivo subito dal componente è pari alla somma dei singoli danni:

$$D = \sum_i d_i = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \quad \text{Eq. 2.9}$$

Sia dall'Eq. 2.7 sia dall'Eq. 2.9 è evidente che quando il danno complessivo è pari a uno si ha la rottura per fatica del componente.

La definizione di danno può essere estesa a sollecitazioni random o shock, in questi casi è necessario stimare un istogramma che fornisca il numero di cicli di sollecitazione per una data ampiezza utilizzando uno fra i vari metodi di conteggio ad esempio il Rainflow Counting Method [13].

Considerando una generica vibrazione e sfruttando le Eq. 2.5, 2.8 e 2.9 la funzione FDS è definita come:

$$FDS = D = \sum_i d_i = \sum_i \frac{n_i}{N_i} = \sum_i \frac{n_i (\sigma_i)^b}{C} = \frac{K^b}{C} \sum_i n_i (z_i)^b \quad \text{Eq. 2.10}$$

In Figura 2.8 viene riportato l'andamento del FDS calcolato per una vibrazione sinusoidale a frequenza costante pari a 10 Hz, ampiezza 10 m/s² e durata 1 s (Figura 2.3). In Figura 2.9 viene riportato l'andamento del FDS calcolato per una vibrazione random stazionaria di durata pari a 1 s (Figura 2.5). Per il calcolo del FDS è stato utilizzato un fattore di smorzamento del 5%, costanti K e C unitarie, b pari a 7 e un range di frequenze naturali del sistema ad un grado di libertà tra 2 e 700 Hz.

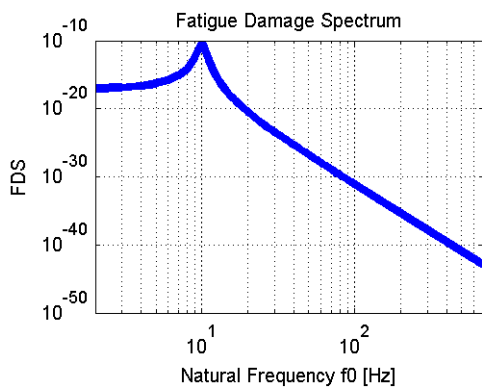


Figura 2.8 – FSD.

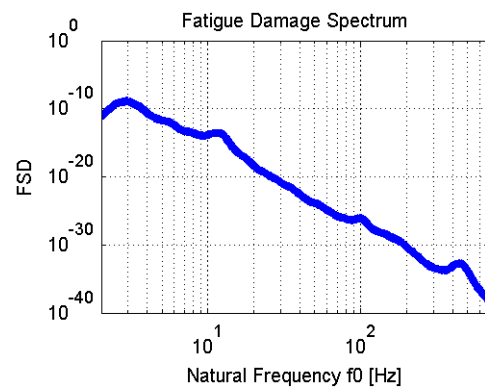


Figura 2.9 – FDS.

In questo paragrafo sono state riportate le formulazioni più generali di queste funzioni mentre le formulazioni nei casi particolari sono riportate in Appendice C.

2.4.2. Definizione specifica tecnica.

Le funzioni MRS e FDS vengono calcolate per ogni misura di vibrazione relativa ad ogni evento che compone il ciclo di vita del componente. Se si vuole ricavare una sola specifica tecnica (cioè effettuare un unico test in laboratorio), le funzioni relative ai vari eventi devono essere combinate. Se gli eventi si verificano in successione allora il FDS complessivo è dato dalla somma dei singoli FDS (per l'ipotesi di accumulo lineare del danno), mentre il MRS complessivo è dato dall'involuppo dei singoli MRS (poiché è sufficiente quantificare l'evento più intenso dal punto di vista delle tensioni massime indotte). Nel caso in cui gli eventi si verifichino "in parallelo", cioè o uno o l'altro, allora entrambi i valori complessivi del FDS e del MRS sono dati dall'involuppo dei singoli contributi.

Inoltre è possibile applicare dei coefficienti correttivi al MRS e al FDS, per tenere conto dei seguenti fattori:

- Variabilità statistica delle vibrazioni misurate.
- Variabilità statistica della resistenza meccanica del materiale.
- Riduzione della resistenza meccanica del materiale dovuta ad invecchiamento.

Questi coefficienti sono definiti in Appendice B.

A questo punto, dopo aver combinato tutti gli eventi del ciclo di vita del componente e dopo aver applicato eventuali coefficienti correttivi, si ha a disposizione un'unica funzione MRS e un'unica funzione FDS.

Come detto in precedenza le funzioni MRS e FDS servono per quantificare il danno cui è soggetto il componente in considerazione. I passi da seguire sono:

- Calcolo del MRS e del FDS per quantificare il danno delle vibrazioni reali agenti sul componente (quelle acquisite durante le prime fasi del Test Tailoring).
- Sintesi di una vibrazione che produca lo stesso danno a partire dal FDS o dal MRS a seconda del tipo di danno che si vuole conservare.
 - Se si vuole conservare il danno a fatica si deve preservare la funzione FDS, se si vuole conservare il valore massimo delle tensioni indotte si deve preservare la funzione MRS.
 - In generale non si conservano entrambi perché nel caso in cui si voglia preservare il FDS a fronte di una riduzione della durata delle vibrazioni le ampiezze aumentano e il MRS aumenta.

Per il calcolo di queste funzioni e per la sintesi è stato utilizzato LMS – TestLab – Mission Synthesis il quale permette di valutare il FDS e il MRS e sintetizzare una vibrazione random stazionaria (con distribuzione dei valori Gaussiana) o una vibrazione sinusoidale a frequenza variabile (variabili linearmente o in modo logaritmico). In Appendice G è riportato un algoritmo implementato in Matlab che permette di calcolare MRS e FDS a partire da una data PSD ed effettuare operazioni di sintesi. I risultati ottenuti in Matlab sono stati confrontati con quelli ottenuti usando LMS – TestLab – Mission Synthesis per essere confidenti sugli strumenti utilizzati.

E' possibile sintetizzare uno shock solo nel caso in cui si voglia sintetizzare una vibrazione a partire dal MRS utilizzando LMS – TestLab – Shock Control.

Generalmente le vibrazioni random sono preferite perché rappresentano meglio le vibrazioni delle reali applicazioni come accennato nel primo capitolo.

Consideriamo il caso in cui a partire da una certo valore della funzione FDS si voglia sintetizzare una vibrazione random stazionaria caratterizzata da una certa PSD (che è il caso più interessante). Come visto in precedenza il FDS è definito in un certo range di valori di frequenze naturali del sistema ad un grado di libertà preso a riferimento, supponiamo sia definito in N punti, quindi avremo N coppie f_{0i} , FDS_i . L'espressione del FDS calcolata a partire da una PSD è l'Eq. 2.11 (Appendice C).

$$FDS_i = \frac{K^b}{C} T(n_{0,i}^+) (\sqrt{2} z_{rms_i})^b \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) \quad \text{Eq. 2.11}$$

La PSD sintetizzata può essere ottenuta scrivendo la Eq. 2.11 in forma matriciale.

Si definiscono le seguenti espressioni:

$$\begin{cases} h_{i,j} = \frac{f_j}{f_{0i}} \\ \alpha = 2\sqrt{1 - \xi^2} \\ \beta = 2(1 - 2\xi^2) \end{cases} \quad \text{Eq. 2.12}$$

Approssimando la PSD con una spezzata valgono le equazioni del sistema Eq. 2.13:

$$\left\{ \begin{array}{l} (z_{RMSi})^2 = \frac{\pi}{4\xi(2\pi)^4 f_{0i}^3} \sum_{j=1}^n a_{i,j} G_j \\ a_{i,1} = \frac{h_{i,2}^{1,2} \Delta I_0 - {}^{1,2}_i \Delta I_1}{h_{i,2} - h_{i,1}} \\ a_{i,j} = \frac{\frac{j-1,j}{i} \Delta I_1 - h_{i,j-1} \frac{j-1,j}{i} \Delta I_0}{h_{i,j} - h_{i,j-1}} - \frac{\frac{j,j+1}{i} \Delta I_1 - h_{i,j+1} \frac{j,j+1}{i} \Delta I_0}{h_{i,j+1} - h_{i,j}} \text{ se } 2 \leq j \leq n-1 \\ a_{i,n} = \frac{\frac{n-1,n}{i} \Delta I_1 - h_{i,n-1} \frac{n-1,n}{i} \Delta I_0}{h_{i,n} - h_{i,n-1}} \\ {}^{j,j+1}_i \Delta I_P = I_P(h_{i,j+1}) - I_P(h_{i,j}) \\ I_0(h_{i,j}) = \frac{\xi}{\pi\alpha} \ln\left(\frac{h_{i,j}^2 + \alpha h_{i,j} + 1}{h_{i,j}^2 - \alpha h_{i,j} + 1}\right) + \frac{1}{\pi} \left[\arctan\left(\frac{2h_{i,j} + \alpha}{2\xi}\right) + \arctan\left(\frac{2h_{i,j} - \alpha}{2\xi}\right) \right] \\ I_1(h_{i,j}) = \frac{2}{\pi\alpha} \left[\arctan\left(\frac{2h_{i,j} - \alpha}{2\xi}\right) - \arctan\left(\frac{2h_{i,j} + \alpha}{2\xi}\right) \right] \end{array} \right. \quad \text{Eq. 2.13}$$

Introducendo le equazioni del sistema Eq. 2.13 nella Eq. 2.11 e approssimando $n_0^+ \approx f_0$ si ottiene:

$$FDS_i = \frac{K^b}{C} T \left(\frac{(f_{0i})^{1-\frac{3b}{2}}}{(4\xi)^{\frac{b}{2}} (2\pi)^{\frac{3b}{2}}} \right) \left(\sum_j a_{i,j} G_j \right)^{\frac{b}{2}} \Gamma \left(1 + \frac{b}{2} \right) \quad \text{Eq. 2.14}$$

Dove G è l'ampiezza della PSD che si sta cercando. La PSD è definita in un numero di punti n che può anche essere diverso da N . Per semplicità supponiamo di cercare una PSD definita in N punti, quindi cerchiamo N coppie f_j, G_j .

Avremo N equazioni del tipo Eq. 2.14 che possono essere espresse in forma matriciale Eq. 2.15.

$$FDS = A\hat{G} \quad \text{Eq. 2.15}$$

Dove \hat{G} è un vettore colonna i cui termini sono $G_j^{b/2}$, A è una matrice con un numero di righe pari al numero di frequenze naturali del sistema ad un grado di libertà e un numero di colonne pari al numero di frequenze in cui è definita la PSD. Invertendo la matrice A si ricava l'ampiezza G della PSD ricercata:

$$\hat{G} = A^{-1}FDS \quad \text{Eq. 2.16}$$

L'obiettivo è di ottenere una vibrazione sintetizzata che abbia lo stesso FDS e una durata inferiore rispetto alla vibrazione di partenza. Questo è necessario per soddisfare l'esigenza di realizzare i test in laboratorio in tempi contenuti come descritto nel Capitolo 1. Dall'Eq. 2.14 si evince che riducendo la durata delle vibrazioni imposte (T) risulta necessario aumentare l'ampiezza delle vibrazioni (G) al fine di mantenere costante il FDS. La vibrazione sintetizzata ha lo stesso FDS della vibrazione di partenza, mentre in generale il MRS sarà diverso poiché legato solo all'ampiezza delle vibrazioni. E' importante ricalcolare il MRS delle vibrazioni sintetizzate e confrontarlo con quello delle vibrazioni di partenza perché è necessario evitare che le vibrazioni sintetizzate comportino una modalità di rottura diversa da quella delle vibrazioni di partenza, altrimenti l'operazione di sintesi sarebbe inefficace e il danno non verrebbe preservato. Al fine di conservare la modalità di danneggiamento a fatica prodotta da una data vibrazione è necessario verificare che le vibrazioni sintetizzate non danneggino il componente a seguito del superamento di tensioni limite.

Indicando con MRSs il MRS della vibrazione sintetizzata (risultato della sintesi) e con MRSr il MRS della vibrazione che si vuole sintetizzare (ingresso della sintesi), si possono avere due casi mostrati in Figura 2.10 e 2.11.

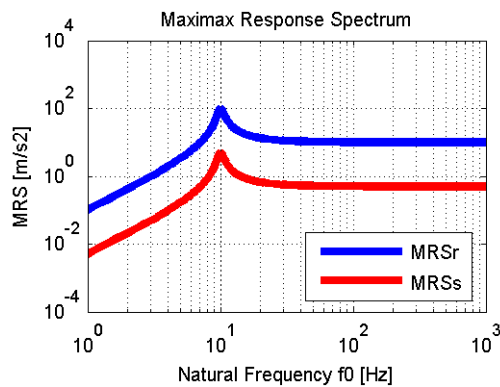


Figura 2.10 – $MRS_s < MRS_r$.

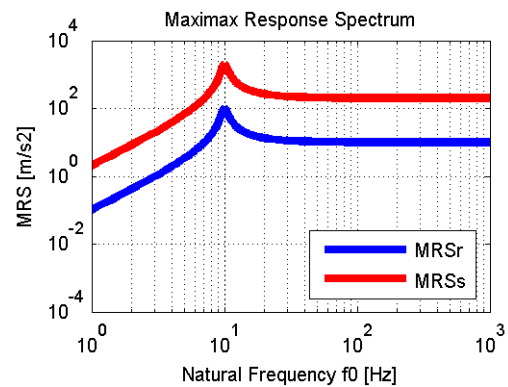


Figura 2.11 – $MRS_s > MRS_r$.

Il primo caso si ha se $MRS_s < MRS_r$. Questo è il caso in cui sono presenti uno o più eventi di elevata intensità e breve durata nella vibrazione misurata che si vuole sintetizzare. E' un caso ottimale perché sicuramente le vibrazioni sintetizzate non comportano una modalità di rottura diversa da quella delle vibrazioni di partenza. Infatti, se le tensioni indotte dalle vibrazioni di partenza non danneggiano il componente a seguito del superamento di tensioni limite, sicuramente non lo faranno neanche le tensioni indotte dalle vibrazioni sintetizzate.

L'altro caso si ha se $MRS_s > MRS_r$. In questo caso si può o aumentare la durata delle vibrazioni sintetizzate in modo da tornare nel caso precedente oppure è necessario verificare che le tensioni indotte dalle vibrazioni sintetizzate non danneggino il componente a seguito del superamento di tensioni limite. Questa verifica può essere effettuata sperimentalmente applicando al componente uno shock che abbia un MRS uguale al MRS_s e verificando che le tensioni massime indotte dalle vibrazioni sintetizzate non danneggino il componente a seguito del superamento di tensioni limite. Alternativamente la verifica può essere effettuata stimando numericamente la massima ampiezza delle vibrazioni che può essere applicata al componente per evitare un danneggiamento a seguito del superamento di tensioni limite, infine calcolare per queste vibrazioni il MRS e verificare che il MRS_s sia inferiore.

Il confronto tra il MRS della vibrazione che si vuole sintetizzare e il MRS della vibrazione sintetizzata permette di “validare” la durata della vibrazione sintetizzata, in quanto se la durata è troppo breve le vibrazioni possono essere troppo intense.

2.4.3. Fattori che influenzano il calcolo della specifica tecnica.

Alcuni dei parametri visti nel paragrafo 2.4.1 per il calcolo delle funzioni MRS e FDS non sono necessari per la definizione di una vibrazione sintetizzata, altri hanno una certa influenza sul calcolo [1].

Come precedentemente detto la vibrazione sintetizzata può essere una vibrazione random (rappresentata dalla PSD) oppure una vibrazione sinusoidale a frequenza variabile. Il numero di punti in cui definire queste funzioni (PSD o SweptSine) deve essere un valore di compromesso. Utilizzando molti punti si ha il vantaggio di avere una buona risoluzione in frequenza ma c'è il problema degli elevati tempi di calcolo, viceversa utilizzando pochi punti si ha il vantaggio di avere

bassi tempi di calcolo ma c'è il problema di una scarsa rappresentazione del contenuto in frequenza delle vibrazioni che si vogliono sintetizzare.

Il fattore di smorzamento, che in generale non è noto per il componente in esame o che può variare in funzione del modo di vibrare, ha un'influenza trascurabile sul risultato della sintesi sia per la sintesi a partire dal MRS sia dal FDS [1].

Il parametro b , pendenza della curva di fatica, ha un'influenza non trascurabile sul risultato della sintesi (solo nel caso di sintesi a partire dal FDS). In Figura 2.12 sono confrontate due PSD ottenute sintetizzando la stessa storia temporale (non stazionaria) ma con due valori di b diversi (in entrambi i casi è stato utilizzato un fattore temporale unitario). E' evidente che le differenze sono molto elevate, in particolare in termini di RMS.

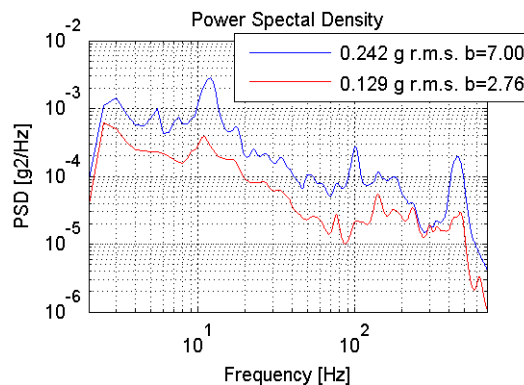


Figura 2.12 – Confronto risultati della sintesi usando 2 diversi valori del parametro b .

I parametri K e C , usati nella definizione del FDS, hanno un'influenza nulla nel risultato della sintesi. Questo è evidente poiché uguagliando il FDS della vibrazione sintetizzata al FDS della vibrazione di partenza K e C si semplificano.

Capitolo 3 – Verifica sperimentale

In questo capitolo viene descritto l'obiettivo della ricerca che consiste nel verificare sperimentalmente la validità del metodo di sintesi delle vibrazioni descritto nella Sezione 2.4. La procedura viene utilizzata nella pratica, tuttavia dopo un'accurata ricerca non è stato trovato nessun riferimento in letteratura che ne certifichi la validità tramite evidenza sperimentalmente.

In particolare si vuole verificare la procedura di sintesi preservando il danno a fatica. Per verificare la procedura si è scelto di utilizzare una vibrazione realistica acquisita in un caso pratico in ambito automotive, e di utilizzare come componente meccanico un provino cilindrico sollecitato a flessione alterna. Il termine flessione alterna si utilizza per indicare una sollecitazione di flessione sinusoidale avente asse neutro fisso. Nel caso in esame il carico è di flessione, l'asse neutro è fisso ma la sollecitazione non è variabile nel tempo come una funzione sinusoidale (in particolare verranno utilizzate sollecitazioni variabili stazionarie e non stazionarie).

Le vibrazioni acquisite vengono replicate e applicate alla base del provino in laboratorio tramite uno shaker elettrodinamico monoassiale fino alla rottura per fatica del provino stesso. Tali vibrazioni vengono in seguito sintetizzate sfruttando il metodo FDS/MRS preservando il danno a fatica, cioè preservando la funzione FDS. Il risultato della sintesi è una vibrazione random stazionaria avente lo stesso valore FDS delle vibrazioni che hanno portato a rottura il provino, quindi se la procedura di sintesi è valida anche le vibrazioni sintetizzate porteranno a rottura il provino nei tempi previsti.

In altre parole si vogliono confrontare i risultati di due tipologie di test. Un test di riferimento nel quale si applica ad un provino un profilo vibratorio fino alla sua rottura per fatica, e un test d'equivalenza nel quale si applica ad un provino nominalmente identico un profilo vibratorio sintetizzato a partire dal profilo vibratorio durante il test di riferimento. La sintesi viene condotta preservando il danno a fatica secondo le ipotesi del metodo FDS/MRS. Se al termine del test d'equivalenza, e solo al termine, il provino giunge a rottura allora la validità del metodo sarebbe comprovata altrimenti se il provino si rompesse prima (o dopo) il profilo sintetizzato sarebbe sovrastimato (o sottostimato) e in questo caso si potrebbero apportare alcune correzioni per rendere più robusta la teoria. La descrizione nel dettaglio di questi test e i risultati verranno riportati nel Capitolo 4, in questo capitolo vengono descritti gli strumenti utilizzati per condurre le prove sperimentali.

3.1. Dimensionamento provini.

Il dimensionamento dei provini ha riguardato una serie di considerazioni, tra cui: la scelta del materiale, la scelta delle caratteristiche del provino (diametro, lunghezza, utilizzo di accorgimenti per agevolare la rottura per fatica) e il dimensionamento della fixture con cui installare il provino sullo shaker.

3.1.1. Materiale.

Per quanto riguarda la scelta del materiale sono state effettuate le seguenti considerazioni: si vuole avere una tensione di rottura limitata per agevolare la rottura per fatica del materiale e una resilienza limitata per agevolare l'innesco di una frattura superficiale e la sua propagazione, infine le proprietà meccaniche devono essere note, in particolare il valore dell'esponente della curva di fatica.

E' stato scelto come materiale la lega di alluminio 6061, in quanto presenta un buon compromesso tra le caratteristiche di resistenza e resilienza ricercate [14], [15], inoltre per questa lega sono disponibili alcune curve a fatica, in particolare il valore del parametro b.

In commercio è stato possibile trovare solo la lega di alluminio 6060, questo non costituisce un problema in quanto le differenze tra le due leghe sono marginali.

Il parametro b riportato in Tabella 1 è relativo alla lega 6061 per prove di fatica a flessione rotante con valore medio nullo ricavato da [13]. Non è stato possibile trovare valori del parametro b relativi a prove di fatica a flessione alterna. Questo valore può essere considerato valido anche per la lega 6060 [16]. Le altre caratteristiche riportate in Tabella 3.1 sono state ottenute per la lega 6060 [17].

Tensione di rottura	240 MPa
Tensione di snervamento	215 MPa
Allungamento % a rottura	12 %
b	7

Tabella 3.1 – Caratteristiche meccaniche alluminio 6060.

3.1.2. Fixture.

Una fixture è necessaria per applicare le vibrazioni generate dallo shaker alla base dei provini in modo che questi, essendo a sbalzo, risultino sollecitati a flessione alterna (Figura 3.4). La fixture deve vincolarsi alla testa dello shaker e deve consentire il vincolamento opportuno dei provini.

Il vincolamento con la testa dello shaker avviene attraverso sei bulloni M8 disposti su una circonferenza di diametro di 60 mm (Figura 3.1). I provini vengono vincolati per attrito alla fixture utilizzando due bulloni M4 (Figura 3.2).

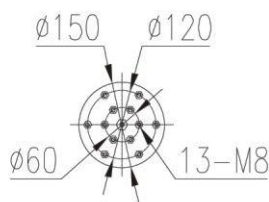


Figura 3.1 – Disposizione bulloni sulla testa dello shaker.



Figura 3.2 – Vincolamento provini alla fixture.

Il requisito fondamentale della fixture è un'adeguata rigidezza in modo che le vibrazioni generate dallo shaker vengano trasmesse rigidamente alla base dei provini. Sostanzialmente si deve fare in modo che i modi di vibrare della fixture abbiano una frequenza sufficientemente alta in modo da non essere eccitati dallo shaker. Fissata la geometria, la fixture viene realizzata in alluminio anziché in acciaio in modo da limitarne la massa senza ridurre il valore delle frequenze naturali (in quanto il rapporto tra il modulo di elasticità e la densità valutato per acciaio e alluminio è circa uguale). E' importante avere una massa non eccessiva in modo da non limitare le prestazioni dello shaker, infatti, all'aumentare della massa vincolata diminuisce la massima accelerazione realizzabile.

I risultati dell'analisi FEM vengono riportati nella seguente sezione in quanto è stata effettuata considerando anche il provino.

3.1.3.Provino.

Il dimensionamento di massima del provino è stato effettuato considerando la normativa ISO 1143:2010 usata per le prove di fatica a flessione rotante. E' stato considerato un diametro del provino pari a 8 mm e una lunghezza di 130 mm. Inoltre per agevolare la rottura per fatica del provino sono state incrementate le tensioni sulla sezione resistente introducendo una massa a sbalzo e una gola. La gola porta il diametro del provino da 8 a 3 mm (Figura 3.3). La massa applicata a sbalzo sull'estremo libero del provino consente di generare una forza d'inerzia che determini una consistente sollecitazione di flessione alterna sulla sezione resistente (cioè la sezione in corrispondenza della gola). Senza la massa a sbalzo la sollecitazione di flessione alterna sarebbe esigua, infatti, la forza inerziale dovuta alla massa del provino è di bassa intensità e applicata in prossimità della mezzeria del provino. La massa, in acciaio, è fissata al provino utilizzando una colla acrilica.

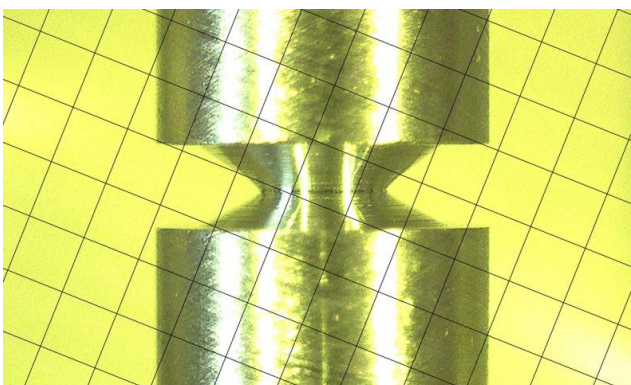


Figura 3.3 – Gola dei provini.

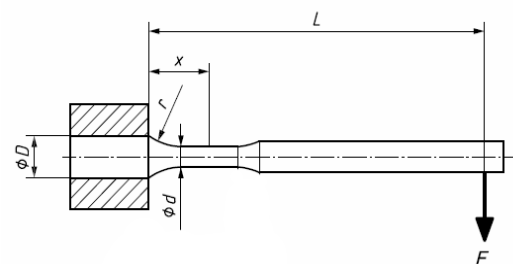


Figura 3.4 – Schema di sollecitazione del provino.

Per la scelta del valore della massa a sbalzo sono state effettuate delle prove preliminari di rottura a fatica condotte allo shaker utilizzando un campione di vibrazioni acquisite su un autoveicolo (i dettagli sulle acquisizioni sono riportati nella Sezione 3.2), con l'obiettivo di avere rotture del provino in tempi non eccessivi.

Le prove sono state condotte con lo shaker elettrodinamico in dotazione (le cui caratteristiche sono descritte nella Sezione 3.2) e il software LMS – TestLab Single Axis Waveform Replication, il quale consente di replicare fedelmente in controllo chiuso una data storia temporale di accelerazione.

In Figura 3.5 è riportato l'andamento nel tempo dell'accelerazione applicata alla base del provino dallo shaker. La durata del campione di vibrazioni utilizzato è 937 secondi, questo campione è stato ripetuto fino alla rottura dei provini.

In Figura 3.6 sono riportati i valori del tempo di rottura dei provini in funzione della massa a sbalzo applicata. I tempi sono indicativi in quanto per ogni valore della massa è stato eseguito un solo test. Si è scelto di utilizzare una massa pari a 0.3 kg in quanto un tempo di rottura di circa 75 minuti è ritenuto accettabile.

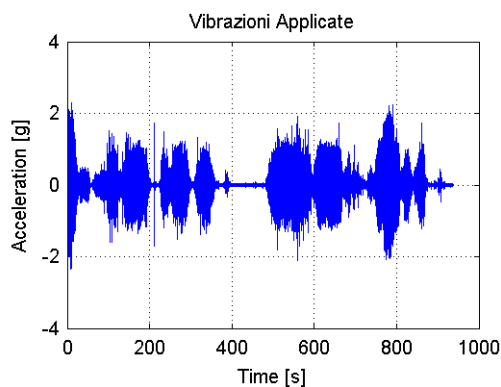


Figura 3.5 – Accelerazione applicata alla base del provino.

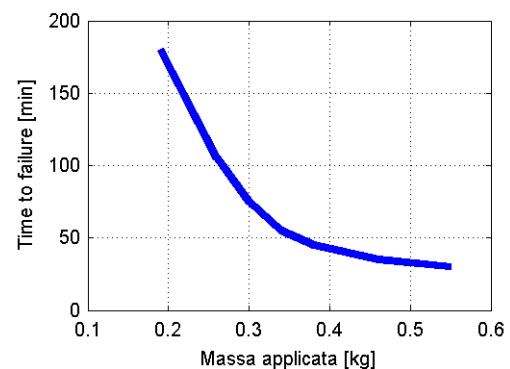


Figura 3.6 – Tempi di rottura in funzione della massa a sbalzo.

In Figura 3.7 è mostrato il provino montato sullo shaker con la massa di 0.3 kg applicata a sbalzo.

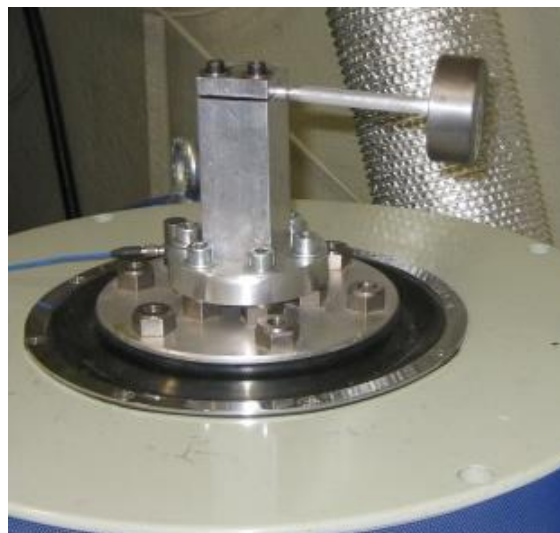


Figura 3.7 – Provino montato sullo shaker.

Infine è stata effettuata un'analisi FEM della fixture e del provino per verificare che non ci siano modi di vibrare indesiderati nel range di frequenze di interesse. In Tabella 3.2 sono riportate le frequenze naturali relative ai primi 9 modi di vibrare.

Modo di vibrare	Frequenza [Hz]
1	55
2	57
3	197
4	628
5	633
6	1192
7	2835
8	4255
9	5297

Tabella 3.2 – Frequenze naturali dei modi di vibrare della fixture.

L'unico modo di vibrare che potrebbe creare problemi è il 6° (riportato in Figura 3.8) in quanto è l'unico compatibile con la tipologia di eccitazione dello shaker, ma avendo una frequenza più alta rispetto alla massima frequenza dell'eccitazione (Sezione 3.2) non può essere eccitato.

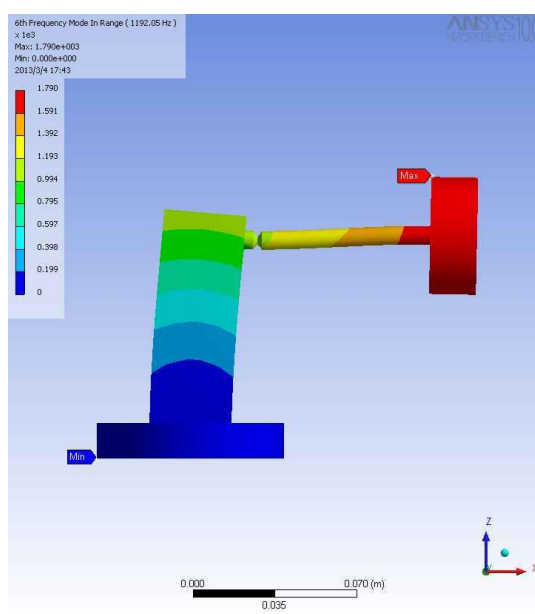


Figura 3.8 – 6° modo di vibrare.

3.2. Vibrazioni acquisite e strumentazione.

Le vibrazioni sono state acquisite nella parte posteriore di un veicolo stradale su una superficie piana in prossimità del telaio (Figura 3.9). E' stato utilizzato un accelerometro triassiale e un sistema di acquisizione portatile LMS Scadas Mobile SCM05 (Figura 3.10). L'accelerometro triassiale è stato collocato in modo tale che l'asse y fosse perpendicolare al suolo e l'asse z parallelo alla direzione di marcia.



Figura 3.9 – Punto di misura.



Figura 3.10 – Sistema di acquisizione portatile.

Le acquisizioni sono state effettuate su diversi fondi stradali in modo da avere un'ampia casistica delle tipologie di vibrazioni che nascono sul veicolo. La durata complessiva delle acquisizioni è 2949 secondi (Figura 3.11).

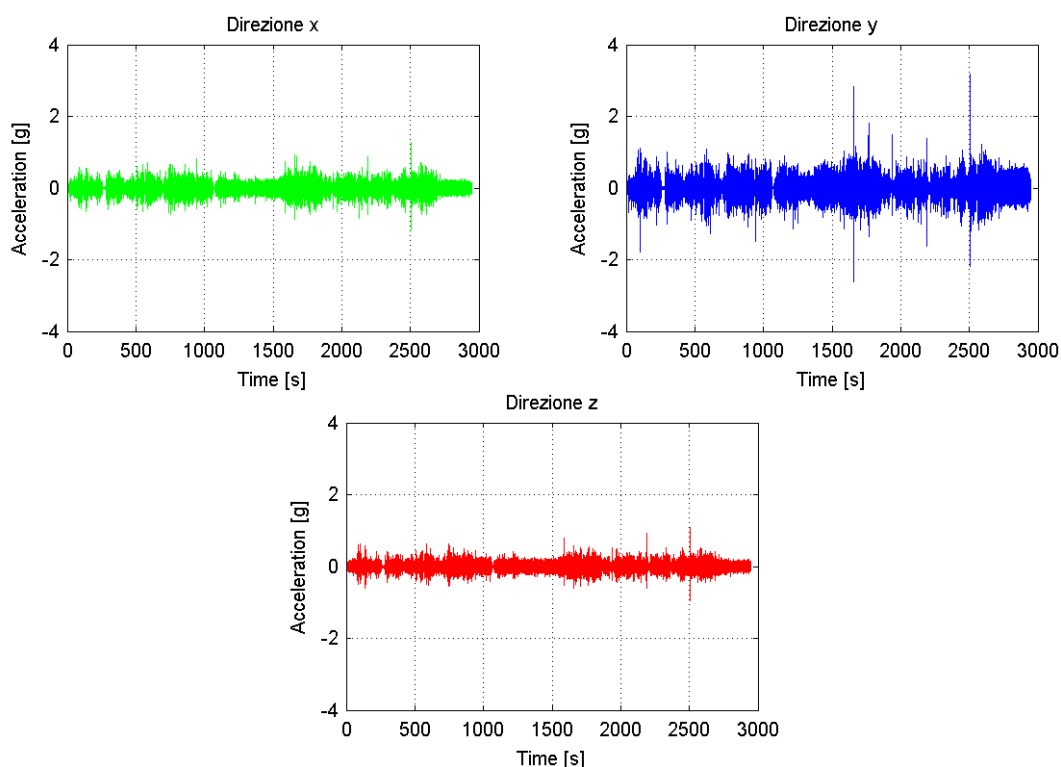


Figura 3.11 – Andamento nel tempo dell'accelerazione acquisita nelle tre direzioni.

Per valutare il contenuto in frequenza delle acquisizioni viene calcolata la PSD (Figura 3.12). La frequenza di campionamento utilizzata è pari a 8192 Hz, in quanto, anche se fossero presenti contributi a frequenza superiore a 4000 Hz non sarebbero replicabili con lo shaker in dotazione il quale ha una frequenza massima di utilizzo pari a 4000 Hz.

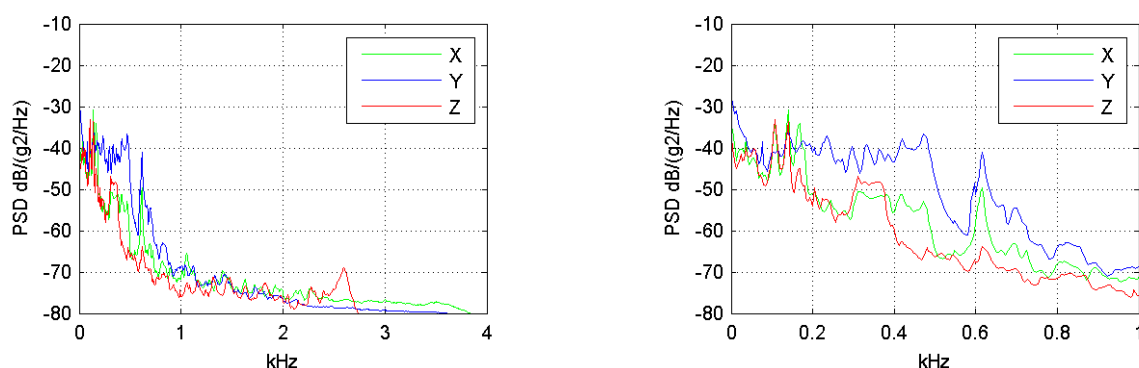


Figura 3.12 – PSD dell'accelerazione acquisita nelle tre direzioni, a destra uno zoom alle basse frequenze.

Le vibrazioni che nascono all'interno del veicolo dipendono oltre che dal fondo stradale anche dalla velocità di percorrenza. In Tabella 3.3 sono riportate le durate di percorrenza dei diversi fondi stradali all'interno dell'intero segnale misurato.

Tipologia di strada	Tempo d'inizio [s]	Tempo di fine [s]
Strada asfaltata urbana	0	640
Strada in ciottoli	640	685
Strada asfaltata urbana	685	1020
Strada extraurbana collinare (asfaltata)	1020	2100
Strada sterrata	2100	2430
Strada extraurbana collinare (asfaltata)	2430	2949

Tabella 3.3 – Durate relative a diversi fondi stradali all'interno dell'intera acquisizione.

In Tabella 3.4 sono riportati i valori RMS e l'ampiezza massima delle vibrazioni nelle tre direzioni. Com'era lecito aspettarsi le vibrazioni più intense sono quelle in direzione perpendicolare al suolo (direzione Y), quindi saranno le uniche che saranno considerate per tutti i test con lo shaker (in tutte le prove descritte nel Capitolo 4). Le vibrazioni utilizzate nelle prove preliminari descritte nella Sezione 3.1.3 (Figura 3.5) fanno riferimento a un'altra acquisizione, ma sono state acquisite nello stesso punto di misura, in direzione perpendicolare al suolo e con la stessa frequenza di campionamento.

	RMS [g]	Ampiezza massima [g]
X	0.0769	1.2815
Y	0.1270	3.1766
Z	0.0618	1.0791

Tabella 3.4 – RMS e ampiezza massima delle vibrazioni acquisite.

Il profilo vibratorio acquisito è non stazionario, infatti, il RMS è variabile (Figura 3.13 – RMS calcolato su finestre temporali di 1 secondo).

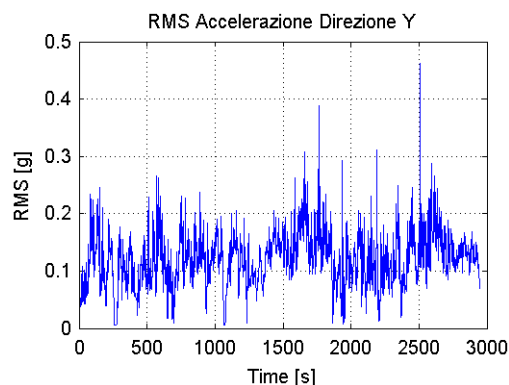


Figura 3.13 – Andamento RMS calcolato su finestre di 1 secondo per la vibrazione in direzione Y.

Per replicare le vibrazioni acquisite è necessario soddisfare i limiti funzionali dello shaker in dotazione (Dongling ES-2-150/DA-2). In particolare è necessario applicare un filtro passa-alto perché gli spostamenti delle vibrazioni acquisite alle basse frequenze sono troppo elevati oltre i limiti dello shaker (in Tabella 3.5 sono riportati alcuni limiti funzionali dello shaker, per maggiori informazioni si rimanda al manuale). Viene quindi applicato un filtro passa-alto con frequenza di taglio pari a 2.3 Hz.



Figura 3.14 – Shaker elettrodinamico Dongling ES-2-150/DA-2.

Frequenza massima	4000 [Hz]
Frequenza di risonanza	3621 [Hz]
Massimo spostamento (ampiezza)	12.5 [mm]
Massima velocità (ampiezza)	200 [cm/s]
Massima accelerazione (ampiezza)	100 [g]
Massa limite applicabile sull'armatura	70 [kg]

Tabella 3.5 – Limiti funzionali dello shaker.

Inoltre i contributi ad alta frequenza (Figura 3.12) hanno un'ampiezza trascurabile rispetto ai contributi a bassa frequenza. Si è scelto di eliminare questi contributi applicando un filtro passa-basso la cui frequenza è stimata in modo tale da non alterare significativamente il segnale. In particolare la frequenza di taglio del filtro passa-basso è stata scelta valutando l'errore sul RMS (Eq. 3.1) e il RMS dell'errore (Eq. 3.2). In Figura 3.15 sono riportati l'errore sul RMS e il RMS dell'errore in funzione della frequenza di taglio del filtro passa-basso.

$$Errore\ RMS = \frac{(\ddot{x})_{RMS} - (\ddot{x}_{Filtrata})_{RMS}}{(\ddot{x})_{RMS}} \quad \text{Eq. 3.1}$$

$$RMS\ Errore = \frac{(\ddot{x} - \ddot{x}_{Filtrata})_{RMS}}{(\ddot{x})_{RMS}} \quad \text{Eq. 3.2}$$

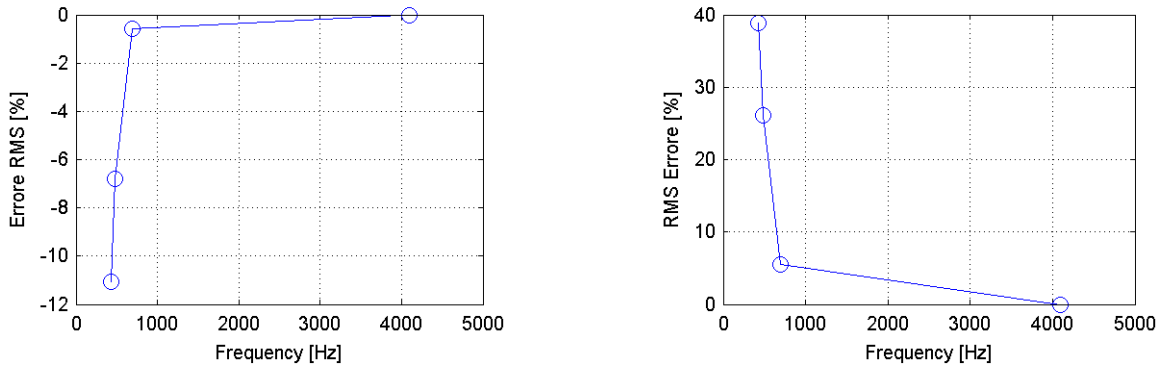


Figura 3.15 – Errore sul RMS e RMS dell'errore in funzione della frequenza di taglio.

Viene considerata una frequenza di taglio pari a 700 Hz che comporta una riduzione del RMS dello 0.3% (Errore RMS) e un RMS dell'errore inferiore al 10%. La PSD della vibrazione filtrata è riportata in Figura 3.16 sovrapposta alla PSD della vibrazione non filtrata.

Entrambi i filtri sia quello passa-alto sia quello passa-basso sono stati applicati utilizzando il software LMS – TestLab Single Axis Waveform Replication.

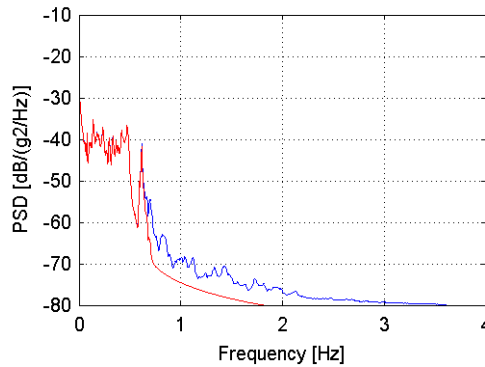


Figura 3.16 – PSD dell'accelerazione in direzione Y, non filtrata in blu e filtrata in rosso.

Infine è stata verificata la capacità del sistema di controllo di replicare le vibrazioni desiderate. Per questa prova è stato utilizzato il software LMS – TestLab Random Control che consente di replicare una determinata PSD (Figura 20).

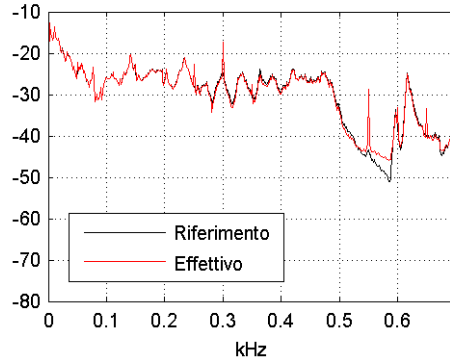


Figura 20 – Confronto tra le PSD di riferimento (curva nera) e quella realmente applicata dallo shaker (curva rossa).

$$Errore\ RMS = \frac{(\ddot{x}_{Riferimento})_{RMS} - (\ddot{x}_{Effettivo})_{RMS}}{(\ddot{x}_{Riferimento})_{RMS}} \approx 0.06\% \quad \text{Eq. 3.3}$$

$$RMS\ Errore = \frac{(\ddot{x}_{Riferimento} - \ddot{x}_{Effettivo})_{RMS}}{(\ddot{x}_{Riferimento})_{RMS}} \approx 20\% \quad \text{Eq. 3.4}$$

Il sistema di controllo (in catena chiusa) ha una buona capacità di replicare le vibrazioni di riferimento, infatti la differenza sul valore RMS tra profilo inseguito e profilo replicato è molto bassa, mentre l'alto valore del RMS dell'errore è dovuto a piccoli sfasamenti tra i segnali che possono essere considerati trascurabili.

Capitolo 4 – Prove e risultati

Nel capitolo precedente sono state descritte le modalità con le quali si vuole verificare il metodo di sintesi oggetto di studio. In questo capitolo vengono descritti nel dettaglio i test eseguiti per la verifica sperimentale del metodo.

Il metodo viene inizialmente verificato nel caso più generale in cui una vibrazione non stazionaria (acquisita su un autoveicolo - Capitolo 3) viene sintetizzata in una vibrazione stazionaria a parità di durata. Dopo aver verificato che il metodo non fornisce risultati soddisfacenti, sono stati individuati alcuni punti critici e sono state proposte alcune modifiche per rendere la teoria più robusta.

In Tabella 4.1 sono elencati tutti i test effettuati con i rispettivi obiettivi. Con Input viene indicato un test nel quale è applicata una data vibrazione, con Output viene indicato un test nel quale è applicata una vibrazione sintetizzata a partire dall'Input di confronto. Analogamente le vibrazioni usate per la sintesi vengono anche chiamate vibrazioni Input, essendo l'input dell'operazione di sintesi, mentre le vibrazioni sintetizzate vengono anche chiamate con vibrazioni Output essendo il risultato dell'operazione di sintesi.

La prima tipologia di test si propone di verificare il metodo di sintesi nel caso più generale. La seconda tipologia di test ha l'obiettivo di verificare il metodo di sintesi in un caso semplice e di stimare sperimentalmente il parametro b (definito nel Capitolo 2). Con la terza tipologia di test si vuole verificare il metodo di sintesi in un caso semplice utilizzando per la sintesi il parametro b ricavato sperimentalmente. La quarta tipologia di test si propone di verificare il metodo nel caso più generale, come fatto nella prima tipologia di test, ma utilizzando per la sintesi il valore del parametro b ricavato sperimentalmente. La quinta tipologia di test ha lo scopo di verificare alcune modifiche apportate al metodo per tenere conto della presenza di shock nella vibrazione sintetizzata. La sesta, e ultima, tipologia di test ha l'obiettivo di verificare la metodologia modificata per diversi fattori temporali cioè per diverse durate delle vibrazioni sintetizzate.

Test		Obiettivo
Input 1 – Output 1	Tipologia 1	Verifica del metodo nel caso più generale
Input 2 – Output 2	Tipologia 2	Verifica del metodo in un caso semplice e stima sperimentale del parametro b
Input 2 – Output 3		
Input 3 – Output 4		
Input 3 – Output 5		
Input 2 – Output 6	Tipologia 3	Verifica del metodo in un caso semplice con il valore del parametro b ricavato sperimentalmente
Input 2 – Output 7		
Input 3 – Output 8		
Input 3 – Output 9		
Input 1 – Output 10	Tipologia 4	Verifica del metodo nel caso più generale con il valore del parametro b ricavato sperimentalmente
Input 1 – Output 11	Tipologia 5	Verifica del metodo nel caso più generale apportando alcune modifiche
Input 1 – Output 12	Tipologia 6	Verifica del metodo modificato applicando diversi fattori temporali
Input 1 – Output 13		
Input 1 – Output 14		

Tabella 4.1 – Test eseguiti e obiettivi.

Per il calcolo delle funzioni FDS e MRS e per l'operazione di sintesi viene utilizzato il software LMS – TestLab Mission Synthesis. Tutte le funzioni vengono calcolate su un range di frequenze pari a 2-700 Hz in modo da contenere il range di frequenze delle vibrazioni acquisite e filtrate 2.3-700 Hz. Le vibrazioni sintetizzate sono sempre vibrazioni random stazionarie salvo specificatamente indicato. Il fattore di smorzamento viene indicativamente preso pari al 5% in quanto il risultato della sintesi non risulta influenzato in maniera significativa dalla scelta di questo parametro. Il valore di b usato per le tipologie di test 1 e 2 è quello ottenuto in letteratura (Sezione 3.1.1), mentre per le tipologie di test 3, 4, 5 e 6 verrà usato il valore ottenuto sperimentalmente.

Per replicare le vibrazioni con lo shaker vengono usati: LMS – TestLab Single Axis Waveform Replication se il profilo è definito in funzione del tempo, LMS – TestLab Random Control se il profilo è una vibrazione random stazionaria definita attraverso una PSD e LMS – TestLab Shock Control se il profilo è uno shock. Quest'ultimo software consente anche di sintetizzare uno shock a partire da un dato MRS.

4.1. Tipologia 1.

I test utilizzati in questo confronto hanno lo scopo di verificare il metodo nel caso più generale.

Vengono confrontati i risultati di due test. Un test di riferimento, denominato Input 1, nel quale si applica ad un provino il profilo vibratorio acquisito (Sezione 3.2) fino alla sua rottura per fatica, e un test d'equivalenza, denominato Output 1, nel quale si applica ad un provino (nominalmente identico al precedente) un profilo vibratorio sintetizzato a partire dal profilo vibratorio durante il test di riferimento. La sintesi viene condotta preservando il danno a fatica cioè la funzione FDS, il profilo vibratorio sintetizzato è random stazionario e ha la stessa durata del profilo applicato nel test di riferimento.

4.1.1. Input 1.

Questo test è condotto applicando ad un provino le vibrazioni acquisite sul campo fino alla rottura del provino stesso. Per tenere conto della variabilità statistica della resistenza meccanica del materiale del provino il test viene ripetuto su 9 provini. Per ogni test viene riportato il tempo di rottura. In Figura 4.1 è riportato l'andamento nel tempo dell'accelerazione applicata alla base dei provini, questo profilo della durata di 2949 s viene ripetuto fino alla rottura dei provini.

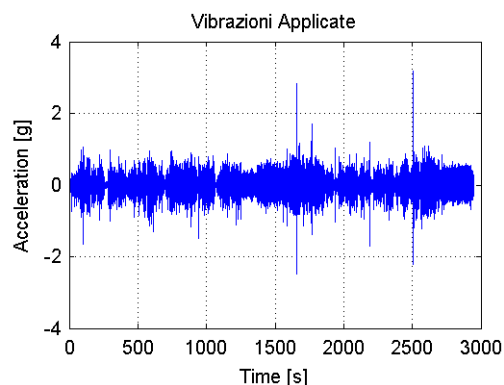


Figura 4.1 – Andamento nel tempo dell'accelerazione applicata alla base dei provini.

In Tabella 4.2 sono riportati i tempi di rottura dei 9 provini e il valore mediano. Per il calcolo del valore medio e della deviazione standard vengono scartati dai risultati ottenuti il tempo massimo e quello minimo.

	Tempo di rottura [s]	Variazioni % rispetto al valore medio
Provino01	15636	88%
Provino02	9201	11%
Provino03	9682	16%
Provino04	9733	17%
Provino05	5320	-36%
Provino06	7493	-10%
Provino07	3702	-55%
Provino08	8955	8%
Provino09	7808	-6%
Valore mediano	8955	
Valore medio	8313	
Deviazione Standard	1463	
Deviazione Standard %	18%	

Tabella 4.2 – Tempi di rottura.

I risultati mostrano una certa variabilità tipica delle prove di fatica dovuta al fatto che la formazione di fratture superficiali non è un fenomeno deterministico.

Per la sintesi dell'Output 1 verrà considerata la vibrazione relativa al valore mediano dei tempi di rottura (in seguito chiamata come vibrazione Input 1).

4.1.2. Output 1.

Questo test viene condotto applicando a 9 provini un profilo vibratorio ottenuto sintetizzando il profilo vibratorio Input 1 il cui andamento nel tempo è riportato in Figura 4.2.

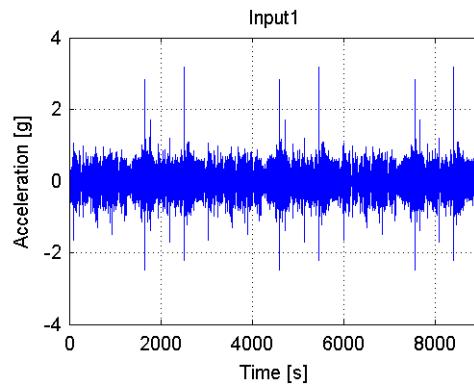


Figura 4.2 – Accelerazione applicata alla base del provino, Vibrazione Input 1.

Applicando il metodo FDS/MRS vengono calcolati entrambe le funzioni FDS e MRS (Figura 4.3).

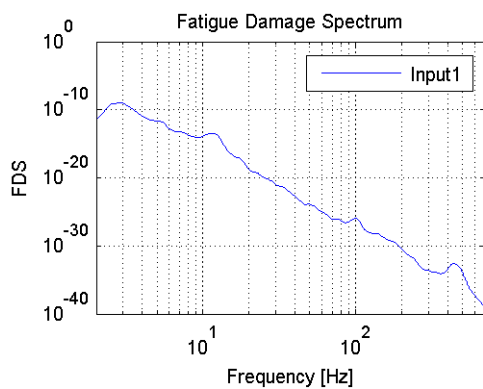


Figura 4.3a – FDS del profilo Input 1.

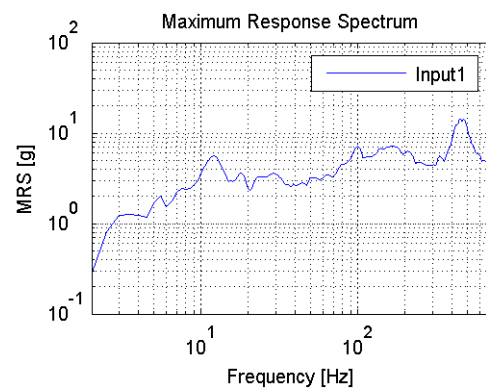


Figura 4.3b – MRS del profilo Input 1.

La sintesi viene condotta preservando il danno a fatica cioè la funzione FDS applicando un fattore temporale unitario, cioè si cerca una vibrazione sintetizzata (Output 1) della stessa durata della vibrazione che si vuole sintetizzare (Input 1). Il valore del parametro b utilizzato per la sintesi è quello preso da letteratura per il materiale in esame (Sezione 3.1.1). Il risultato della sintesi è una vibrazione random stazionaria (Figura 4.4) della stessa durata del profilo Input 1. In Figura 4.5 è riportato il confronto tra le PSD dei due profili.

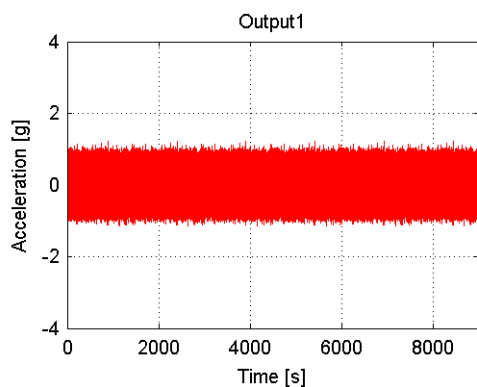


Figura 4.4 – Vibrazione sintetizzata Output 1.

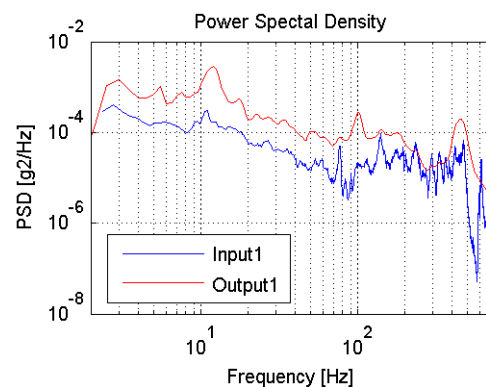


Figura 4.5 – PSD vibrazione sintetizzata Output 1 (curva rossa) e PSD vibrazione Input 1 (curva blu).

In Figura 4.6 sono confrontate le funzioni FDS valutate per la vibrazione Input 1 e per la vibrazione Output 1. Le due funzioni sono praticamente identiche (le piccole differenze sono dovute a errori numerici).

Infine è importante verificare che la vibrazione sintetizzata non possa cambiare il modo di rottura dei provini. Viene calcolato il MRS e confrontato con il MRS delle vibrazioni usate per la sintesi (Input 1). Il confronto è riportato in Figura 4.7, le vibrazioni Output 1 hanno valori di MRS inferiori a quelli delle vibrazioni Input 1 su tutto il range di frequenze. Questo significa che le vibrazioni sintetizzate inducono tensioni massime inferiori a quelle indotte dalle vibrazioni applicate nel test Input 1. Le vibrazioni Input 1 non danneggiano il provino per il superamento di tensioni limite, quindi anche le vibrazioni Output 1 non causano danneggiamenti dovuti al superamento delle tensioni limite.

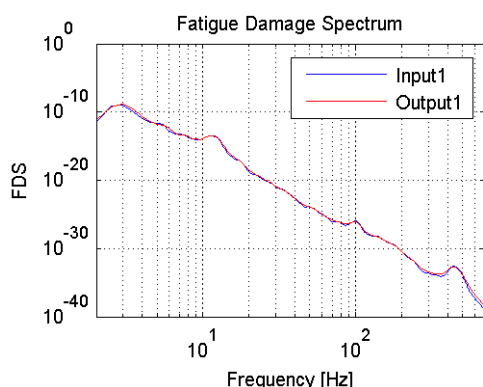


Figura 4.6 – Confronto FDS

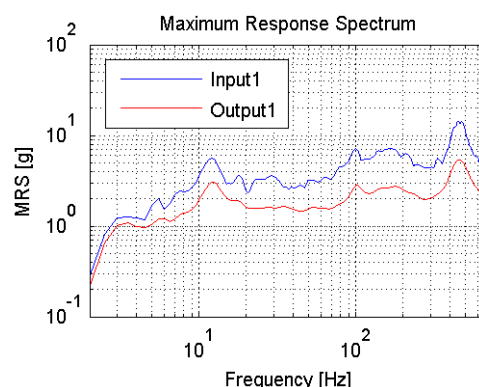


Figura 4.7 – Confronto MRS

Le vibrazioni Output 1 sono state applicate su 9 provini e i risultati sono riportati in Tabella 4.3. Anche in questo caso per il calcolo del valore medio e della deviazione standard vengono scartati dai risultati ottenuti il tempo massimo e quello minimo.

	Tempo di rottura [s]	Variazioni % rispetto al valore medio
Provino01	1589	6%
Provino02	1541	3%
Provino03	1665	11%
Provino04	1582	6%
Provino05	1507	0%
Provino06	1430	-5%
Provino07	1340	-11%
Provino08	1509	1%
Provino09	1277	-15%
Valore mediano	1509	
Valore medio	1500	
Deviazione Standard	82	
Deviazione Standard %	5%	

Tabella 4.3 – Tempi di rottura.

Avendo preservato il danno a fatica con un fattore temporale unitario, il tempo di rottura dovrebbe teoricamente coincidere con la durata della vibrazione Input 1. Per il confronto viene utilizzato il valore medio dei tempi di rottura di Tabella 4.3.

Durata Vibrazione Input 1 [s]	8955
Valore Medio Durata Vibrazione Output 1 [s]	1500
Errore %	-83%

Tabella 4.4 – Errore sulla stima del tempo di rottura.

L'errore è molto elevato, la vibrazione sintetizzata è altamente sovrastimata in quanto porta a rottura i provini in tempi molto inferiori rispetto al valore teorico. Il danno a fatica non è preservato e il metodo di sintesi non fornisce un'adeguata equivalenza. Sono stati individuati una serie di punti critici potenziali cause dell'elevato errore ottenuto.

4.2. Criticità.

I punti critici individuati come potenziali cause della discrepanza tra i valori ottenuti e quelli attesi sono:

1. Presenza di contributi di accelerazione a bassa ampiezza nella vibrazione che si vuole sintetizzare, i quali inducono tensioni al di sotto del limite a fatica del materiale. Questi contributi non danneggiano a fatica il componente ma concorrono solo ad aumentare il tempo di rottura e inficiare la stima del danno a fatica.
2. Influenza del parametro b sul risultato della sintesi.
3. Presenza di contributi non stazionari.

L'eliminazione dei contributi a bassa ampiezza per ridurre la durata delle vibrazioni viene proposta da diversi autori [18], [19] come procedura preliminare a un'eventuale operazione di sintesi. Tuttavia la corretta identificazione dei contributi a bassa ampiezza nel profilo misurato, che non danneggiano il componente, richiede teoricamente il calcolo delle tensioni indotte il che può portare a certe difficoltà. E' necessario individuare i contributi di vibrazione a bassa ampiezza ed eliminarli dalla vibrazione che si vuole sintetizzare al fine di una corretta stima del danno a fatica cioè del FDS. Il profilo vibratorio usato nel processo di sintesi non presenta contributi ad ampiezza trascurabile (Figura 4.2, a differenza delle vibrazioni impiegate per il dimensionamento del provino riportate in Figura 3.5), quindi ci si concentrerà sugli altri due punti critici individuati.

Alcuni autori propongono metodologie di sintesi nelle quali vengono separati i contributi non stazionari da quelli stazionari trattandoli separatamente [20], [21], [22].

4.3. Tipologia 2.

Dato che il risultato della sintesi è sensibilmente influenzato dal parametro b usato nella procedura, si vuole ricavare sperimentalmente il valore di b . Al fine di separare l'effetto dei due punti critici (2. e 3.) si considerano solo vibrazioni stazionarie per tutti i test di questa tipologia.

I test descritti in questa sezione hanno il duplice obiettivo di:

- Stimare il parametro b sperimentalmente.
- Verificare il metodo in un caso più semplice rispetto alla prima tipologia di test, analizzando cioè solo vibrazioni stazionarie.

4.3.1. Premessa.

Il parametro b rappresenta la pendenza della curva di fatica in un grafico doppio-logaritmico, si vuole valutarlo sperimentalmente individuando alcuni punti della curva di fatica. In particolare vengono applicati diversi livelli di tensione ai quali corrispondono diversi cicli di rottura (cioè diversi tempi di rottura).

La relazione tra le tensioni e il numero di cicli di rottura è lineare in un grafico doppio-logaritmico (Eq. 4.1).

$$N\sigma^b = C \quad \text{Eq. 4.1}$$

Il numero di cicli di rottura è proporzionale al tempo di rottura (Eq. 4.2) (k_1 è una costante che coincide con la frequenza di applicazione delle tensioni se quest'ultime hanno un andamento sinusoidale o con la average frequency se le tensioni hanno un andamento random stazionario).

$$N = k_1 T \quad \text{Eq. 4.2}$$

Applicando un'accelerazione random stazionaria alla base del provino le tensioni indotte assumono una certa distribuzione dei valori che dipende dalla distribuzione dei valori che assume tale accelerazione. Fissata una certa forma della PSD, il valore RMS delle tensioni indotte è proporzionale al RMS dell'accelerazione applicata alla base del provino (Eq. 4.3). Per dettagli vedere Appendice D.

$$\sigma_{RMS} = k_2 \ddot{y}_{RMS} \quad \text{Eq. 4.3}$$

Sostituendo la Eq. 4.3 e la Eq. 4.2 nella Eq. 4.1 si ottiene:

$$k_1 T (k_2 \ddot{y}_{RMS})^b = C \rightarrow T (\ddot{y}_{RMS})^b = C' \quad \text{Eq. 4.4}$$

Anche la relazione tra tempo di rottura e RMS dell'accelerazione imposta alla base del provino è una retta in un grafico doppio-logaritmico con la stessa pendenza della curva di fatica (Eq. 4.4).

In definitiva il valore di b può essere ricavato sia considerando le coppie di punti RMS tensioni-cicli di rottura (Eq. 4.5) sia considerando le coppie di punti RMS accelerazione applicata alla base del provino-tempo di rottura (Eq. 4.6).

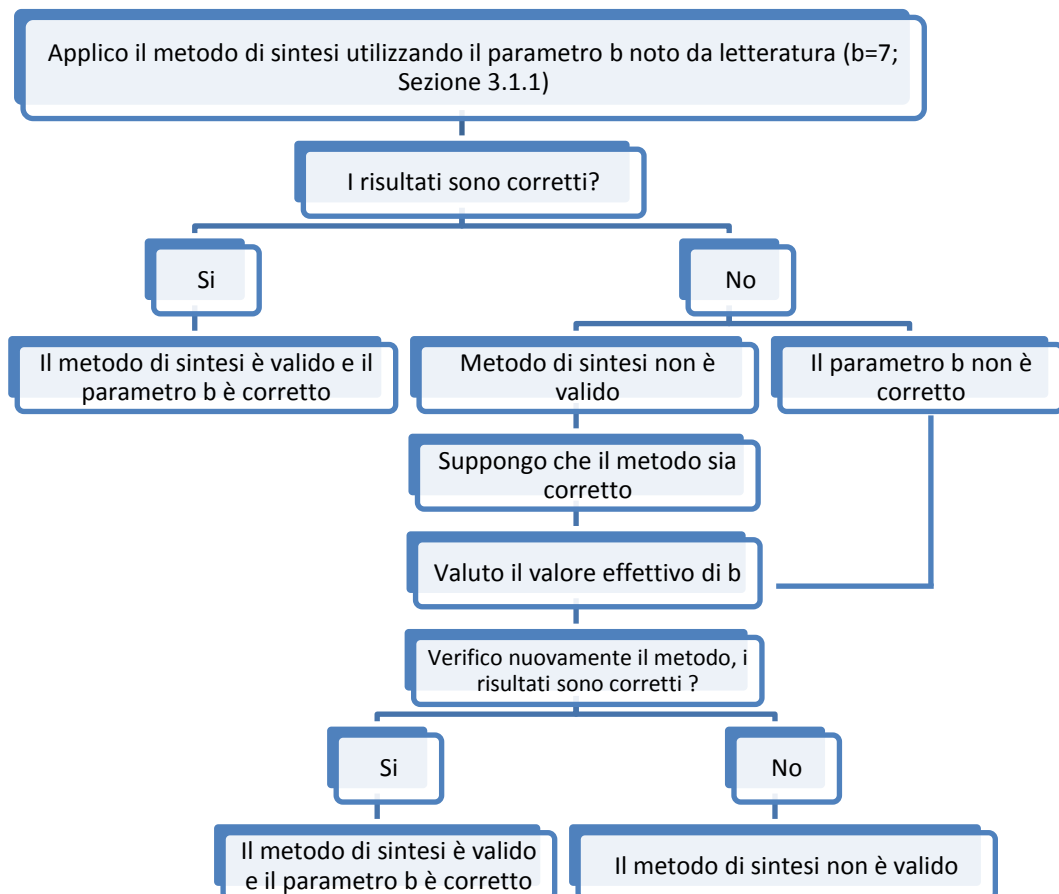
$$N_i(\sigma_{i_RMS})^b = N_j(\sigma_{j_RMS})^b \quad \text{Eq. 4.5}$$

$$T_i(\ddot{y}_{i_RMS})^b = T_j(\ddot{y}_{j_RMS})^b \quad \text{Eq. 4.6}$$

Imporre che il valore $T(\ddot{y}_{RMS})^b$ sia una costante equivale ad imporre che la funzione FDS sia costante (per dettagli vedere Appendice E). b viene perciò ricavato imponendo che la funzione FDS sia costante (Eq. 4.7).

$$FDS_i = FDS_j \quad \text{Eq. 4.7}$$

Il fatto che la Eq. 4.6 e la Eq. 4.7 siano equivalenti significa che se le coppie di punti RMS accelerazione applicata alla base del provino-tempo di rottura stanno su una retta allora il metodo di sintesi è verificato. Si procede in questo modo:



4.3.2. Test e Risultati.

Vengono applicate diverse vibrazioni random stazionarie e dalla stima dei tempi di rottura si verifica la validità del metodo tramite la Eq. 4.7.

Si considera una vibrazione random stazionaria che applicata per una certa durata causa la rottura del provino. La PSD di questa vibrazione è riportata in Figura 4.8 – Input 2, mentre la durata in Tabella 4.5 (valore mediano valutato su 9 provini). A partire da questa vibrazione si sintetizza (a parità di FDS) una vibrazione random stazionaria (Figura 4.8 – Output 2) usando un dato fattore temporale (1/10). Se la vibrazione Output 2 porta a rottura nel tempo previsto il provino allora il metodo di sintesi è valido e il valore del parametro b è corretto.

Questa procedura viene ripetuta con un altro fattore temporale (1/5) ottenendo una vibrazione random stazionaria (Figura 4.8 – Output 3). Per verificare la dipendenza dei risultati dalla forma della PSD, l'intera procedura viene ripetuta per un'altra forma della PSD (Input 3 – Figura 4.8).

Complessivamente sono stati eseguiti 6 test, 3 per ogni forma della PSD (corrispondenti a 3 livelli di ampiezza diversi). In Figura 4.8 sono riportate le PSD delle vibrazioni e i rispettivi FDS. I tempi di rottura effettivi (per le vibrazioni Input) e teorici (per le vibrazioni Output) sono riportati in Tabella 4.5. I tempi di rottura effettivi dei test Output sono riportati in Tabella 4.6.

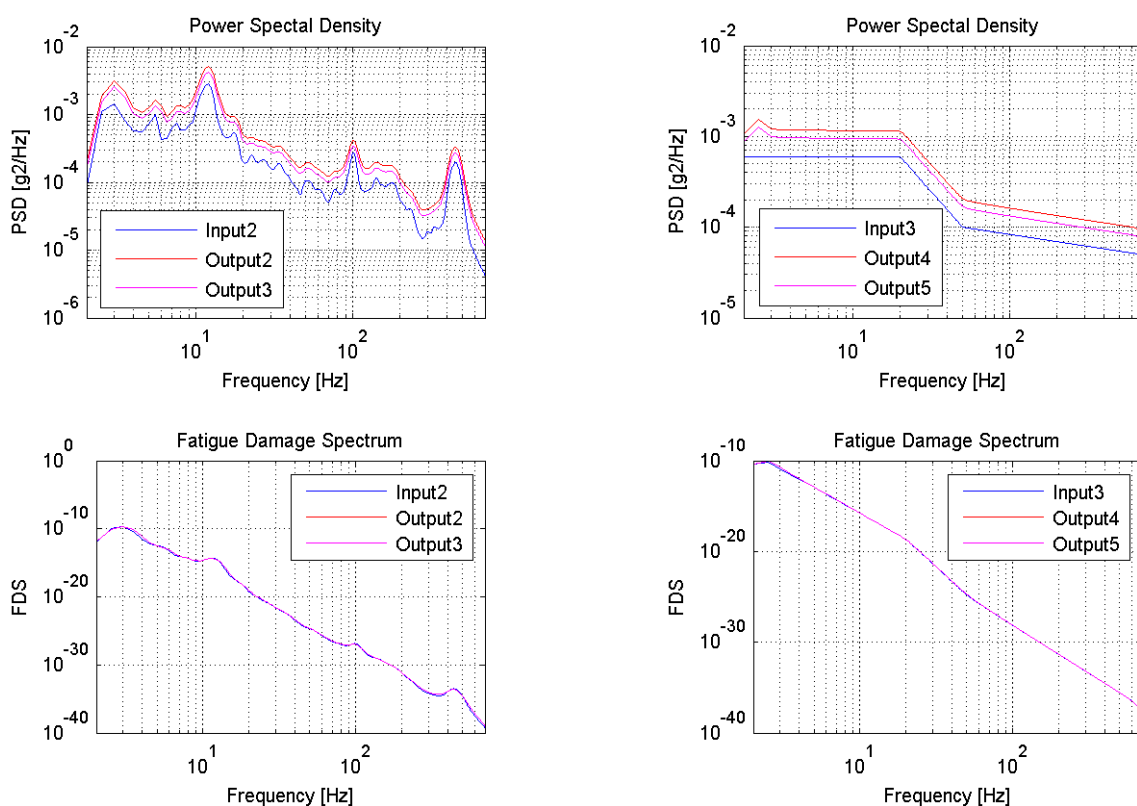


Figura 4.8 – PSD e FDS.

	Input	Output		Input	Output	
	2	2	3	3	4	5
Tempo di rottura effettivo – Valore Mediano [s]	1509			846		
Fattore temporale		1/10	1/5		1/10	1/5
Tempo di rottura teorico [s]		151	302		85	169
Valore di b usato per la sintesi		7	7		7	7

Tabella 4.5 – Tempi di rottura.

	Output			
	2	3	4	5
Provino01	578	760	318	363
Provino02	616	813	261	410
Provino03	601	902	425	461
Provino04	598	539	405	519
Provino05	530	721	361	552
Tempo di rottura effettivo – Valore Mediano [s]	598	760	361	461
Tempo di rottura teorico [s]	151	302	85	169
Errore %	296%	152%	327%	172%

Tabella 4.6 – Tempi di rottura e calcolo errore.

Ogni profilo di vibrazione sintetizzato è applicato su 5 diversi provini, in questo caso non vengono scartati dai risultati ottenuti il tempo massimo e quello minimo e l'errore è calcolato sul valore mediano.

Gli errori sono estremamente elevati questo significa o che il metodo di sintesi non è valido o che il valore del parametro b non è corretto. Procedendo come descritto nel diagramma a blocchi nella Sezione 4.3.1, si ipotizza che il metodo di sintesi sia valido e che sia errato il valore del parametro b. Il valore di b viene calcolato applicando la Eq. 4.7 utilizzando i valori dei tempi di rottura effettivi. Ad esempio, per l'Input 2 si impone che il FDS sia uguale al FDS dell'Output 2 calcolato in base alla durata effettiva (Valore Mediano Tabella 4.6). Questo viene effettuato per ogni coppia di Input-Output (Eq. 4.8).

$$\begin{cases} FDS_{INPUT-2} = FDS_{OUTPUT-2} \\ FDS_{INPUT-2} = FDS_{OUTPUT-3} \\ FDS_{INPUT-3} = FDS_{OUTPUT-4} \\ FDS_{INPUT-3} = FDS_{OUTPUT-5} \end{cases} \quad \text{Eq. 4.8}$$

Utilizzando l'espressione del FDS valutato per una vibrazione random stazionaria e Gaussiana (Eq. 4.9 – vedi Appendice C) si ottiene il sistema di equazioni Eq. 4.10.

$$FDS = \frac{K^b}{C} T \left(\frac{1}{2\pi} \frac{\dot{z}_{rms}}{z_{rms}} \right) (\sqrt{2} z_{rms})^b \Gamma \left(1 + \frac{b}{2} \right) \quad \text{Eq. 4.9}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{INPUT-2} \left(\frac{\dot{z}_{rms INPUT-2}}{Z_{rms INPUT-2}} \right) (Z_{rms INPUT-2})^b = T_{OUTPUT-2} \left(\frac{\dot{z}_{rms OUTPUT-2}}{Z_{rms OUTPUT-2}} \right) (Z_{rms OUTPUT-2})^b \\ T_{INPUT-2} \left(\frac{\dot{z}_{rms INPUT-2}}{Z_{rms INPUT-2}} \right) (Z_{rms INPUT-2})^b = T_{OUTPUT-3} \left(\frac{\dot{z}_{rms OUTPUT-3}}{Z_{rms OUTPUT-3}} \right) (Z_{rms OUTPUT-3})^b \\ T_{INPUT-3} \left(\frac{\dot{z}_{rms INPUT-3}}{Z_{rms INPUT-3}} \right) (Z_{rms INPUT-3})^b = T_{OUTPUT-4} \left(\frac{\dot{z}_{rms OUTPUT-4}}{Z_{rms OUTPUT-4}} \right) (Z_{rms OUTPUT-4})^b \\ T_{INPUT-3} \left(\frac{\dot{z}_{rms INPUT-3}}{Z_{rms INPUT-3}} \right) (Z_{rms INPUT-3})^b = T_{OUTPUT-5} \left(\frac{\dot{z}_{rms OUTPUT-5}}{Z_{rms OUTPUT-5}} \right) (Z_{rms OUTPUT-5})^b \end{array} \right. \quad \text{Eq. 4.10}$$

Si ribadisce che i tempi relativi agli Output non sono quelli teorici di Tabella 4.5 ma sono i valori mediani dei tempi effettivi di Tabella 4.6.

Per semplicità ogni equazione del sistema Eq. 4.10 è stata risolta separatamente, i valori del parametro b ottenuti sono riportati in Tabella 4.7. È stato verificato che risolvendole a sistema si ottiene un valore di b pari al valore medio dei b ottenuti risolvendo singolarmente le equazioni.

	b
Input 2 – Output 2	2.85
Input 2 – Output 3	3.04
Input 3 – Output 4	2.55
Input 3 – Output 5	2.58
Valore Medio	2.76

Tabella 4.7 – Valore del parametro b valutato sperimentalmente.

Il valore di b effettivo è molto inferiore a quello preso da letteratura, questo è dovuto a varie cause. La pendenza della curva di Wohler (legata al parametro b) cambia se le prove di fatica sono condotte con eccitazione sinusoidale o con eccitazione random stazionaria [13]. Il parametro b preso da letteratura è relativo a prove di fatica condotte con eccitazione sinusoidale a frequenza costante mentre nel caso in esame le prove di fatica sono condotte con eccitazione random stazionaria. Inoltre parte della differenza è legata al fatto che le curve di fatica dipendono anche dal tipo di carico (assiale, flessionale, torsionale), nel nostro caso i provini sono sollecitati a flessione alterna mentre il valore del parametro b preso da letteratura fa riferimento a prove di fatica a flessione rotante. Infine b dipende anche dalla presenza di intagli o gole nel provino.

L'effetto delle prime due cause non è stimabile quantitativamente mentre l'effetto della presenza di un intaglio sul valore di b può essere quantificato sfruttando la schematizzazione di Figura 4.9. La tensione limite a fatica per provini lisci è indicata con σ_F mentre la tensione limite a fatica per provini con intaglio è indicata con σ_F' . Per le leghe leggere il "ginocchio" della curva di Wohler (quando la curva diventa a pendenza nulla) non è ben definito e il numero di cicli corrispondente alla tensione limite a fatica viene indicativamente preso pari a $5 \cdot 10^8$ cicli. Le tensioni limite a fatica σ_F e σ_F' sono legate da K che è una costante funzione del fattore di concentrazione delle tensioni per fatica, del fattore di carico, del fattore di finitura superficiale e del fattore per il gradiente di tensione.

$$\sigma_F' = K \sigma_F \quad \text{Eq. 4.11}$$

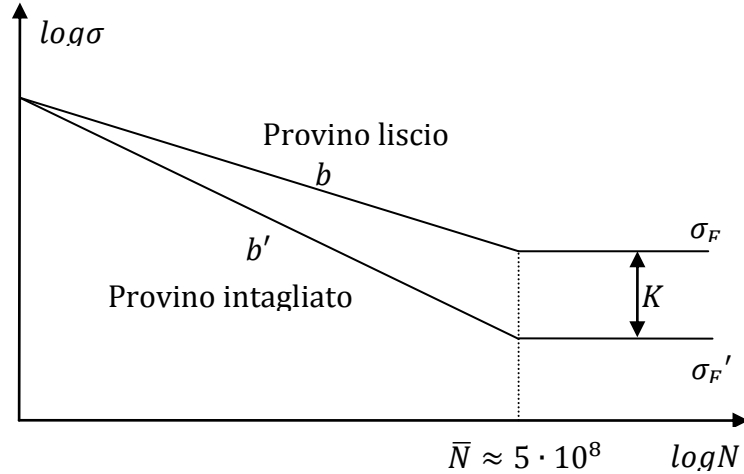


Figura 4.9 – Effetto della presenza di intagli sulla curva di fatica.

$$b' = \frac{1}{\frac{1}{b} + \frac{\log\left(\frac{\sigma_F}{\sigma_F'}\right)}{\log \bar{N}}} = \frac{1}{\frac{1}{b} + \frac{\log\left(\frac{1}{K}\right)}{\log \bar{N}}} \quad \text{Eq. 4.12}$$

Considerando $b=7$ e $K=0.57$ (ricavato sfruttando tabelle e formule in [23], [24]) si ottiene $b'=5.86$. Tenendo in considerazione l'effetto dell'intaglio il parametro b passa da 7 a 5.86, la restante differenza rispetto al valore effettivo di 2.76 potrebbe imputarsi alle prime due cause individuate.

A questo punto è necessario verificare l'assunzione introdotta cioè che il metodo di sintesi sia corretto. Esiste una certa variabilità nel valore di b , nella prossima Tipologia di test verrà verificato il metodo di sintesi utilizzando il valore medio del parametro b .

Infine è importante verificare che in tutti i test effettuati le tensioni massime indotte siano limitate e non causino una diversa modalità di rottura (da fatica a superamento di tensioni limite). I MRS sono tutti inferiori al MRS della test Input 1, quindi le tensioni massime indotte non creano problemi di superamento di tensioni limite. E' stato preso a riferimento il test Input 1 in quanto induce alti valori di tensione ma comunque al di sotto dei valori limite.

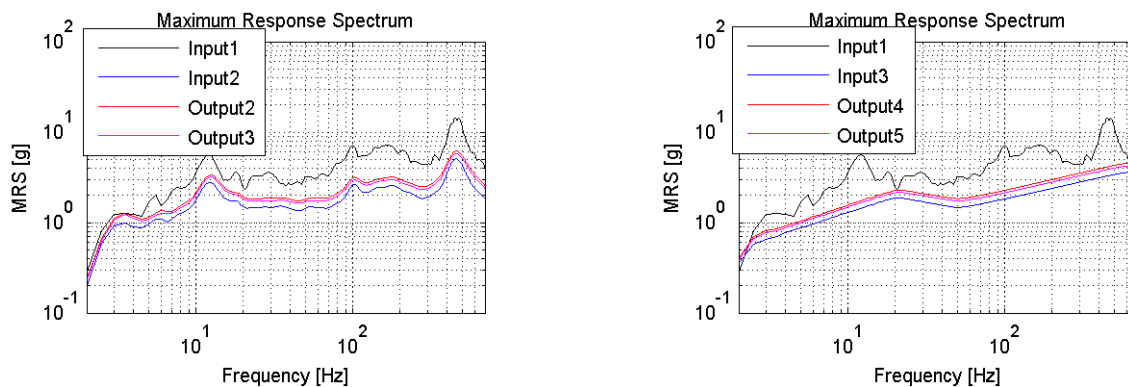
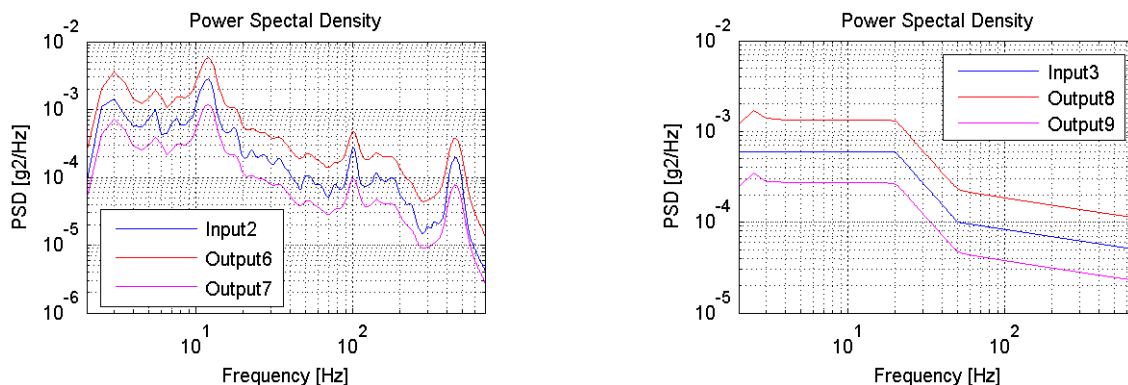


Figura 4.10 – Confronto MRS.

4.4. Tipologia 3.

In questa sezione viene verificata l'ipotesi introdotta nella sezione precedente cioè la validità del metodo di sintesi nel caso in cui le vibrazioni da sintetizzare siano stazionarie utilizzando il valore effettivo del parametro b .

Vengono considerati come test di input ancora gli Input 2 e 3 dai quali si ricavano per ciascuno 2 vibrazioni sintetizzate utilizzando il valore del parametro b determinato sperimentalmente (valore medio) e applicando diversi fattori temporali. E' interessante verificare la validità del metodo non solo riducendo la durata delle vibrazioni ma anche incrementandola. Dall'Input 2 si ricavano due Output (Output 6 e 7) ottenuti rispettivamente applicando un fattore temporale pari a 1/3 e 3. Analogamente dall'Input 3 si ricavano due Output (Output 8 e 9) ottenuti rispettivamente applicando un fattore temporale pari a 1/3 e 3. Le PSD e i FDS dei vari test sono riportati in Figura 4.11.



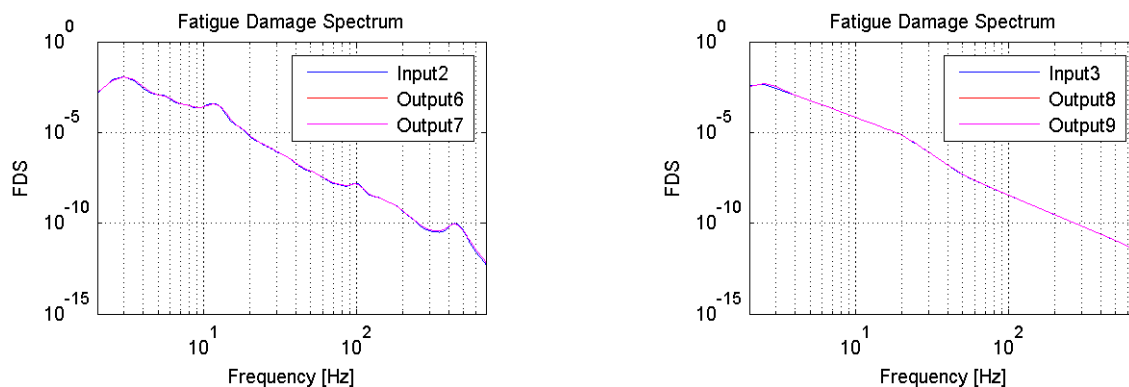


Figura 4.11 – PSD e FDS.

I tempi effettivi di rottura sono riportati in Tabella 4.8. In questo caso sono stati rotti 9 provini per ogni PSD e per il calcolo del valore medio e della deviazione standard vengono scartati il tempo massimo e quello minimo ottenuti. In Tabella 4.9 vengono confrontati i risultati effettivi con quelli teorici.

	Output		Output	
	6	7	8	9
Provino01	521	8924	303	2357
Provino02	651	6558	296	2818
Provino03	634	4381	302	4006
Provino04	432	4032	293	3012
Provino05	448	3438	259	4493
Provino06	400	5514	274	1911
Provino07	364	5245	259	3025
Provino08	398	2646	261	2540
Provino09	375	5212	266	3456
Tempo di rottura effettivo – Valore Mediano [s]	432	5212	274	3012
Tempo di rottura effettivo – Valore Medio [s]	458	4911	279	3031
Deviazione Standard	84	964	17	517
Deviazione Standard %	18%	20%	6%	17%

Tabella 4.8 – Tempi di rottura.

	Output		Output	
	6	7	8	9
Tempo di rottura effettivo – Valore Medio [s]	458	4911	279	3031
Tempo di rottura teorico [s]	503	4528	282	2538
Errore %	-9%	8%	-1%	19%

Tabella 4.9 – Tempi di rottura ed errore.

Gli errori (stimati sul valore medio) sono contenuti ad eccezione dell'Output 9, quindi si può considerare che il danno a fatica sia effettivamente preservato e il metodo di sintesi sia valido. Per quanto affermato nella Sezione 4.3.1 il metodo di sintesi è valido e il valore di b ricavato è l'effettivo valore della pendenza della curva di fatica.

L'errore cambia segno utilizzando un fattore di amplificazione della durata anziché di riduzione. Ciò è giustificato dal fatto che la relazione tra l'accelerazione imposta e il tempo di rottura è lineare in un grafico doppio-logaritmico (Eq. 4.6). Se effettuando una riduzione della durata ho un errore negativo è chiaro che, dovendo stare i punti su una retta, effettuando una amplificazione della durata avrò un errore positivo. Questo risulta più evidente considerando le Figure 4.12 e 4.13. La curva blu è ottenuta considerando i tempi teorici di rottura, la curva rossa considerando i tempi reali. Effettuando una riduzione temporale (mi sposto a sinistra nel grafico), le accelerazioni crescono, e ho un tempo di rottura reale che è inferiore a quello teorico (infatti per l'Output 6 ho un errore pari a -9% mentre per l'Output 8 l'errore è -1%). Applicando una amplificazione delle durate (mi sposto a destra nel grafico), le accelerazioni si riducono, e ho un tempo di rottura reale che è superiore a quello teorico (infatti per l'Output 7 ho un errore pari a +8%, mentre per l'Output 9 l'errore è +19%).

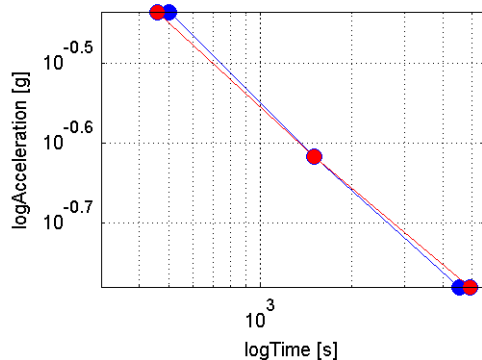


Figura 4.12 – Relazione tra RMS dell'accelerazione imposta e tempo di rottura. Considerando una forma della PSD pari a quella degli Output 6 e 7.

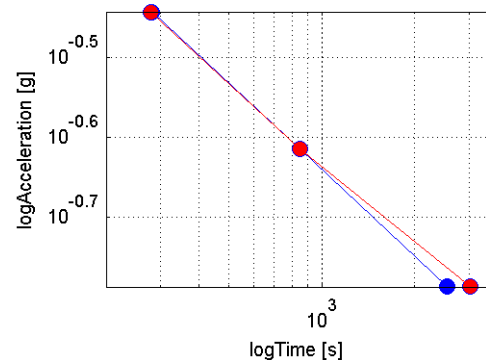


Figura 4.13 – Relazione tra RMS dell'accelerazione imposta e tempo di rottura. Considerando una forma della PSD pari a quella degli Output 8 e 9.

Anche in questo caso è importante verificare che in tutti i test effettuati le tensioni massime indotte siano limitate e non causino una diversa modalità di rottura (da fatica a superamento di tensioni limite). I MRS sono tutti inferiori al MRS della test Input 1, quindi le tensioni massime indotte non creano problemi di superamento di tensioni limite. E' stato preso a riferimento il test Input 1 in quando induce alti valori di tensione ma comunque al di sotto dei valori limite.

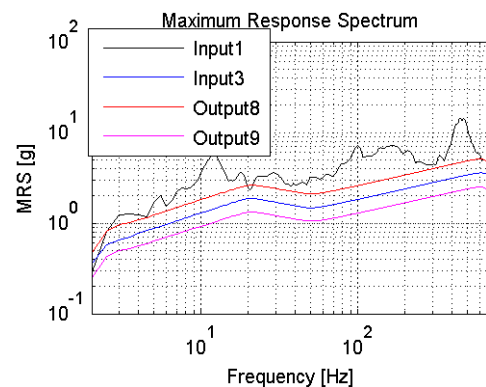
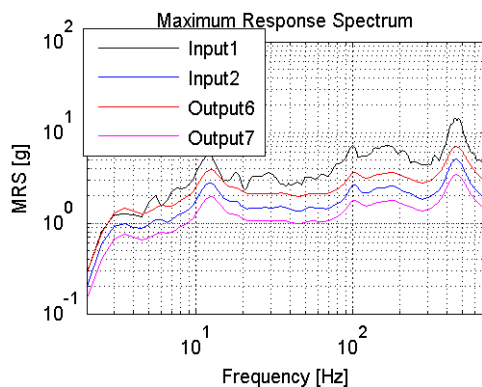


Figura 4.14 – Confronto MRS.

4.5. Tipologia 4.

A seguito delle Tipologie di test 2 e 3 si può quindi concludere che il metodo di sintesi è valido nel caso in cui si processi una vibrazione stazionaria utilizzando il valore effettivo del parametro b .

A questo punto si può verificare nuovamente il metodo nel caso più generale di sintesi di una vibrazione non stazionaria, cioè quella usata del test Input 1, utilizzando il valore del parametro b ricavato sperimentalmente. I risultati del test Input 1 verranno confrontati con i risultati di un test Output 10 le cui vibrazioni (random stazionarie) saranno ottenute sintetizzando quelle del test Input 1 a parità del FDS e con un fattore temporale pari a 1, come fatto per la Tipologia 1 di test.

In Figura 4.15 è riportata la vibrazione del test Input 1.

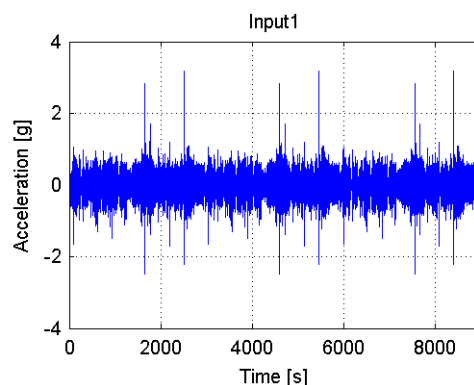


Figura 4.15 – Vibrazione Input 1.

Vengono calcolati FDS e MRS utilizzando il valore del parametro b ricavato sperimentalmente. Il MRS è uguale a quello valutato nel test Tipologia 1 perché non dipende dal valore di b .

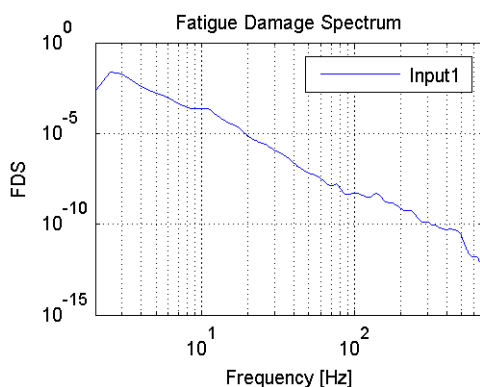


Figura 4.16 – FDS.

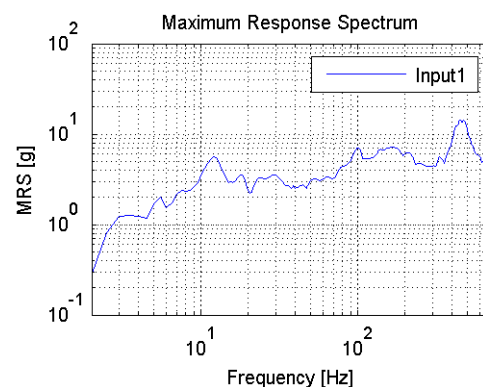


Figura 4.17 – MRS.

La sintesi viene condotta preservando il danno a fatica cioè la funzione FDS applicando un fattore temporale unitario, cioè si cerca una vibrazione sintetizzata (Output 10) della stessa durata della vibrazione che si vuole sintetizzare (Input 1). In questo caso il valore del parametro b utilizzato per la sintesi è il valore medio ottenuto sperimentalmente (Tabella 4.7). Il risultato della sintesi è una vibrazione random stazionaria (Figura 4.18) della stessa durata del profilo Input 1 (Figura 4.15). Il confronto tra le PSD è mostrato in Figura 4.19.

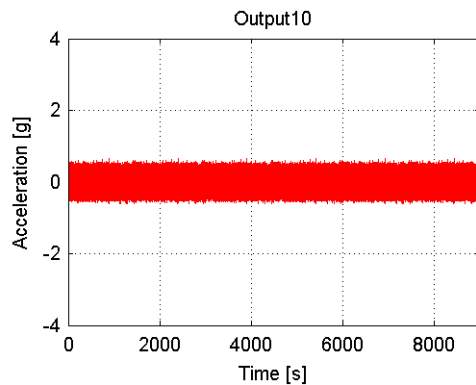


Figura 4.18 – Vibrazione sintetizzata Output 10.

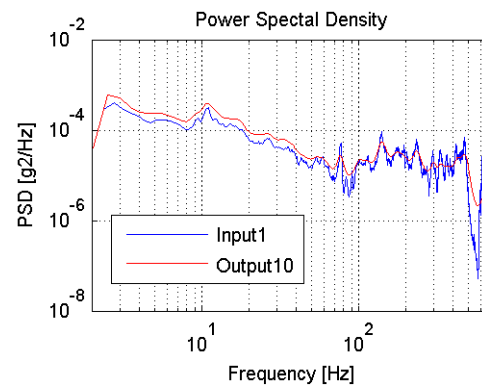


Figura 4.19 – PSD vibrazione sintetizzata Output 10 (curva rossa) e PSD vibrazione Input 1 (curva blu).

In Figura 4.20 sono confrontate le funzioni FDS valutate per la vibrazione Input 1 e per la vibrazione Output 10.

Infine è importante validare la vibrazione sintetizzata verificando che non si possa avere un cambio nel modo di rottura dei provini. Vengono confrontati i MRS (Figura 4.21), le vibrazioni Output 10 hanno un valore MRS inferiore a quello delle vibrazioni Input 1. Questo significa che le vibrazioni sintetizzate inducono tensioni massime inferiori a quelle indotte dalle vibrazioni applicate nel test Input 1. Le vibrazioni Input 1 non danneggiano il provino per il superamento di tensioni limite, quindi anche le vibrazioni Output 10 non causano problemi.

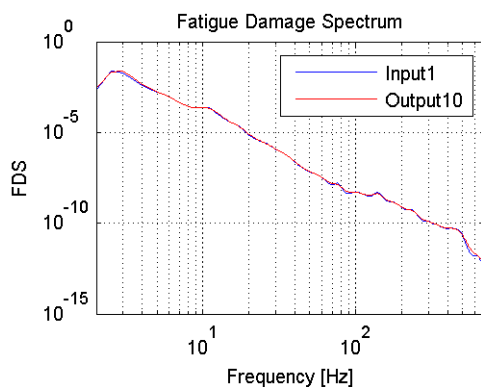


Figura 4.20 – Confronto FDS.

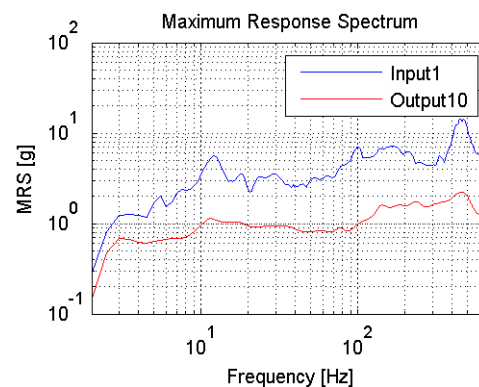


Figura 4.21 – Confronto MRS.

Le vibrazioni Output 10 sono state applicate su 9 provini e i risultati sono riportati in Tabella 4.10. Anche in questo caso per il calcolo del valore medio e della deviazione standard non vengono considerati il tempo massimo e quello minimo ottenuti.

	Tempo di rottura [s]	Variazioni % rispetto al valore medio
Provino01	5247	-24%
Provino02	8064	16%
Provino03	8927	29%
Provino04	5820	-16%
Provino05	5292	-24%
Provino06	15034	117%
Provino07	5826	-16%
Provino08	6556	-6%

Provino09	9778	41%
Valore mediano	6556	
Valore medio	7180	
Deviazione Standard	1613	
Deviazione Standard %	22%	

Tabella 4.10 – Tempi di rottura.

Avendo preservato il danno a fatica utilizzando un fattore temporale unitario, teoricamente il tempo di rottura dovrebbe coincidere con il tempo di rottura ottenuto nel test di riferimento (test Input 1). Anche in questo caso i tempi di rottura sono inferiori a quelli previsti. Per il confronto viene utilizzato il valore medio dei tempi di rottura di Tabella 4.10.

Durata Vibrazione Input 1 [s]	8955
Valore Medio Durata Vibrazione Output 10 [s]	7180
Errore %	-20%

Tabella 4.11 – Errore sulla stima del tempo di rottura.

Utilizzando il valore di b effettivo ottenuto sperimentalmente l'errore è molto più contenuto rispetto all'errore che si commette utilizzando per la sintesi il valore b preso da letteratura. Il confronto tra gli errori è riportato in Tabella 4.12.

	Errore %
b teorico (da letteratura)	-83%
b effettivo	-20%

Tabella 4.12 – Errore sulla stima del valore mediano e del valore medio del tempo di rottura.

La vibrazione sintetizzata continua ad essere sovrastimata, questa sovrastima può non essere considerata trascurabile.

A questo punto rimane da tenere in considerazione il terzo punto critico individuato, cioè l'effetto dei contributi non stazionari.

4.6. Modica alla procedura.

Nella Sezione 4.4 è stato verificato che il metodo fornisce errori nella stima dei tempi di rottura piuttosto contenuti quando vengono processate vibrazioni stazionarie. Quando vengono processate storie che presentano non stazionarietà gli errori si amplificano (Sezione 4.5). Si è ipotizzato che il problema sia la natura stazionaria del risultato della sintesi che non replica le caratteristiche di non stazionarietà presenti nella storia da sintetizzare, in particolare i contributi ad alta ampiezza (shock). Questo trova giustificazione anche in alcuni riferimenti bibliografici nei quali si prescrive di non sintetizzare eventuali shock presenti nel profilo vibratorio in esame in una storia stazionaria, ma di rimuoverli e trattarli separatamente [20], [21], [22].

La modifica che si vuole proporre alla metodologia prevede di:

- Identificare e trattare separatamente i contributi non stazionari del segnale acquisito. Questo viene effettuato considerando il Kurtosis e lo Skewness. In questo modo il profilo vibratorio da sintetizzare viene suddiviso in due parti: parte non stazionaria e parte quasi stazionaria.
- La parte quasi stazionaria viene sintetizzata preservando il danno a fatica (FDS), ottenendo una vibrazione random stazionaria (rappresentata da una PSD).
- La parte non stazionaria viene sintetizzata preservando il danno legato alle tensioni massime (MRS). Il risultato della sintesi non è una vibrazione random stazionaria ma una serie di shock (tanti quanti sono quelli nel profilo in esame), in modo da conservare la non stazionarietà del fenomeno.

In definitiva l'ipotesi introdotta, e che verrà verificata nella Sezione 4.6.4, è che sia importante preservare l'effetto degli shock dal punto di vista delle tensioni massime indotte.

4.6.1. Separazione contributi.

I contributi non stazionari vengono identificati valutando Kurtosis e Skewness su finestre temporali di breve durata all'interno della storia temporale che si vuole analizzare. In particolare la durata delle finestre temporali deve contenere il contenuto in frequenza del segnale. Nel caso in esame la durata delle finestre viene presa pari ad un secondo in modo da contenere il range di frequenze del segnale 2.3 – 700 Hz. La storia temporale di riferimento che si vuole analizzare è quella del test Input 1 (Figura 4.22).

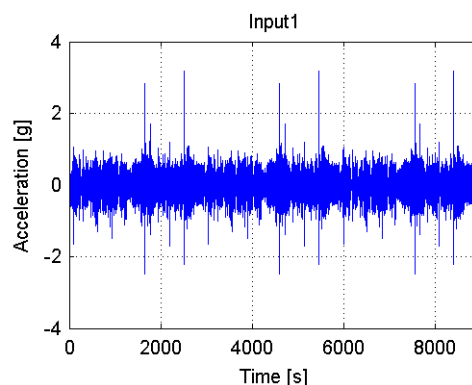


Figura 4.22 – Vibrazione Input 1.

In Figura 4.23 è riportato l'andamento del Kurtosis e dello Skewness valutato su finestre di 1 s. Per determinare se la vibrazione nella generica finestra possa considerarsi non stazionaria occorre stabilire se il valore dei due indici valutati è tipico di vibrazioni stazionarie.

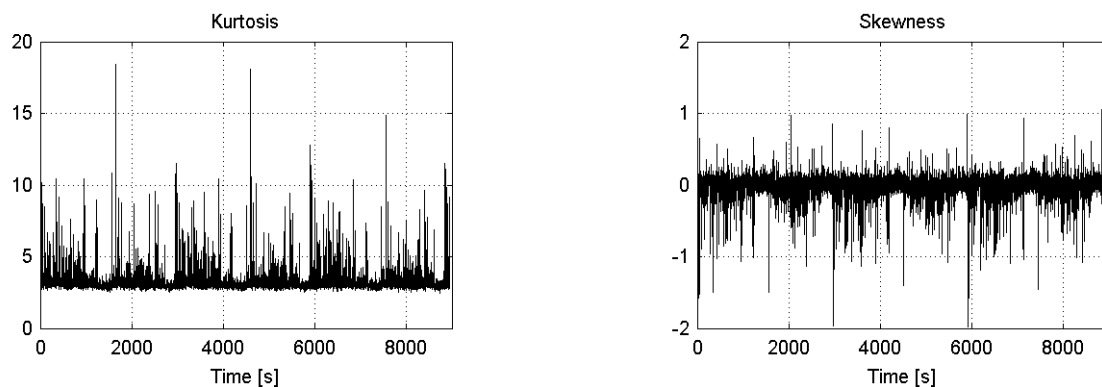


Figura 4.23 – Andamento Kurtosis e Skewness.

E' noto che per vibrazioni random stazionarie con distribuzione Gaussiana dei valori il Kurtosis è 3 e lo Skewness è 0, ma se valutate su finestre temporali “brevi” assumono diversi valori.

Sono state considerate 40 storie temporali random stazionarie generate da diverse PSD utilizzando lo shaker in dotazione, e per ognuna sono stati valutati Kurtosis e Skewness su finestre di 1 s. Inoltre sono stati valutati Kurtosis e Skewness sulle intere storie per verificare che i valori fossero in accordo con quelli teorici (Figura 4.24).

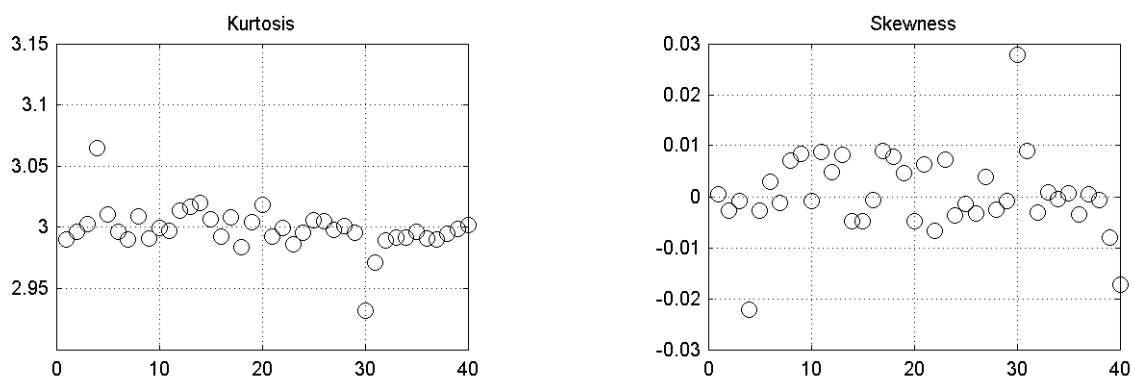


Figura 4.24 – Kurtosis e Skewness valutati sulle intere storie temporali.

I valori di Kurtosis e Skewness valutati su finestre di 1 s hanno una certa variabilità. Questa distribuzione è simile per tutte le storie analizzate. In Figura 4.25 vengono riportati i valori massimi e minimi. Utilizzando il massimo dei massimi e il minimo dei minimi può essere definita una banda di stazionarietà, in quanto tutti i valori ottenuti elaborando storie stazionarie sono compresi tra tali valori.

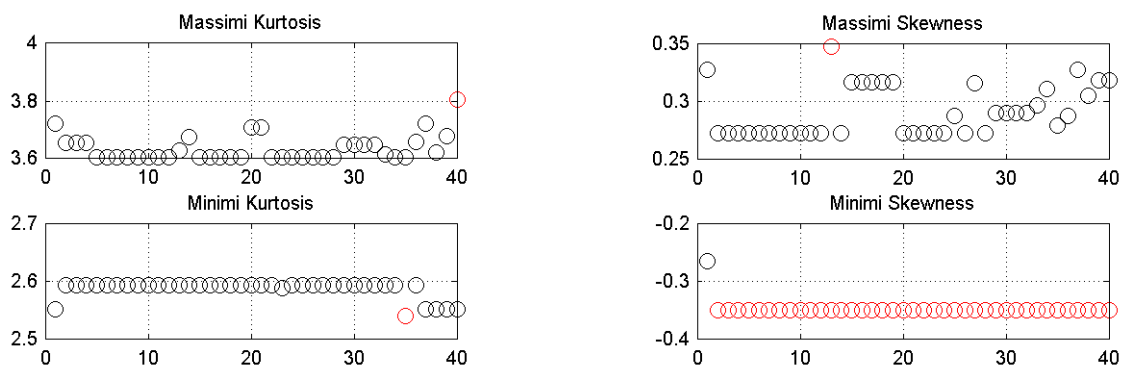


Figura 4.25 – Kurtosis e Skewness valutati sulle intere storie temporali, i massimi dei massimi e i minimi dei minimi sono riportati in rosso.

Tornando alla storia temporale di cui si vogliono separare i contributi non stazionari da quelli stazionari, se il Kurtosis e lo Skewness (valutati su finestre di 1 s) sono entrambi compresi nella banda definita precedentemente allora la finestra è considerata stazionaria. Se anche solo uno dei due indici è al di fuori dei valori limite allora la finestra è considerata non stazionaria. Il confronto viene riportato in Figura 4.26.

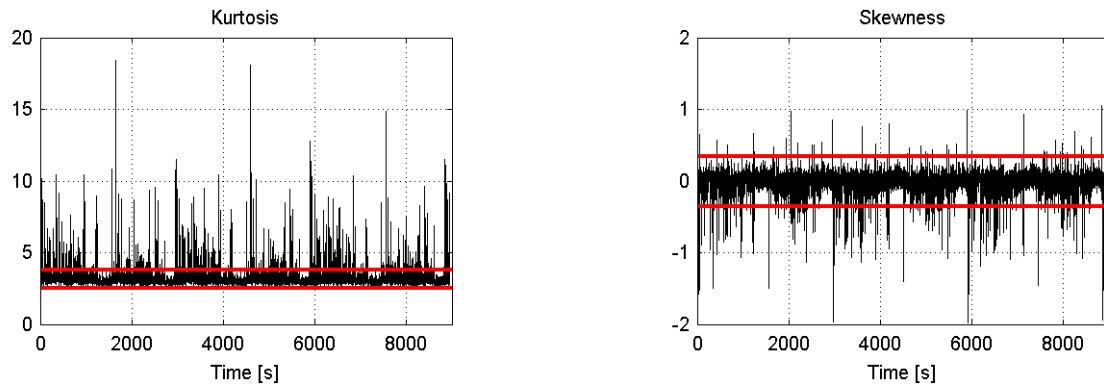


Figura 4.26 – Andamento Kurtosis e Skewness su finestre di 1 secondo curva nera, valori limite in rosso.

In Figura 4.27 è mostrata la separazione tra i contributi stazionari e non stazionari. L'insieme dei contributi che sono stati considerati stazionari non è una storia stazionaria (in quanto il Kurtosis è superiore ai valori tipici di storie stazionarie riportati in Figura 4.24) quindi verrà denominata quasi stazionaria. La durata della parte quasi stazionaria è 8178 s mentre la durata della parte non stazionaria è 777 s. In Figura 4.27 la parte non stazionaria sembra avere una durata maggiore ma è solo una questione di visualizzazione, in Figura 4.28 è riportato uno zoom che permette di apprezzare la reale separazione dei due contributi sui primi 100 secondi.

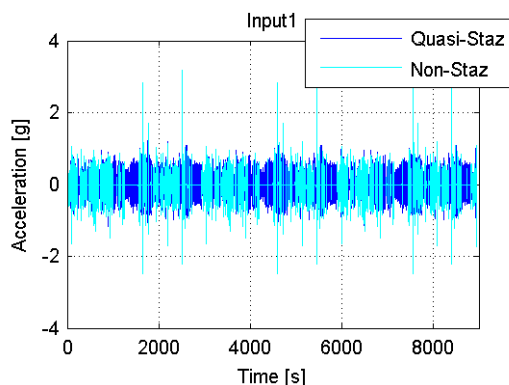


Figura 4.27 – Separazione contributi stazionari (blu) e non stazionari (ciano).

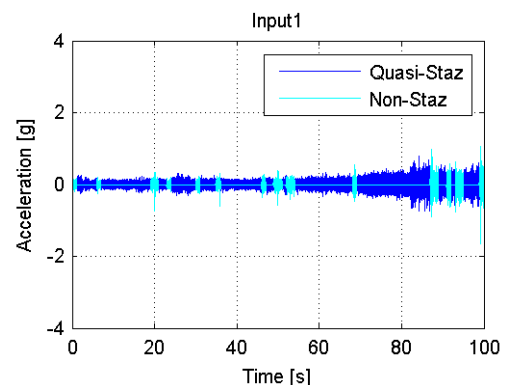


Figura 4.28 – Separazione contributi stazionari (blu) e non stazionari (ciano).

4.6.2. Sintesi parte quasi stazionaria.

La parte quasi stazionaria (Figura 4.29) viene sintetizzata a parità del FDS in una vibrazione random stazionaria, utilizzando per la sintesi il valore del parametro b ricavato sperimentalmente. In Figura 4.30 sono riportate le funzioni FDS e MRS.

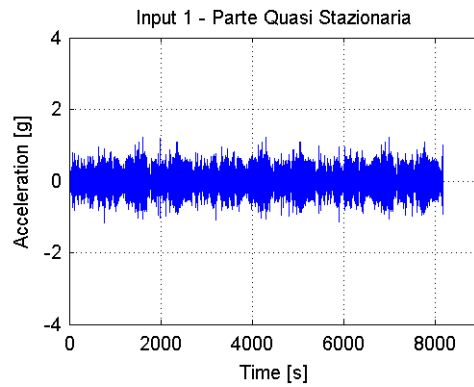


Figura 4.29 – Parte quasi stazionaria.

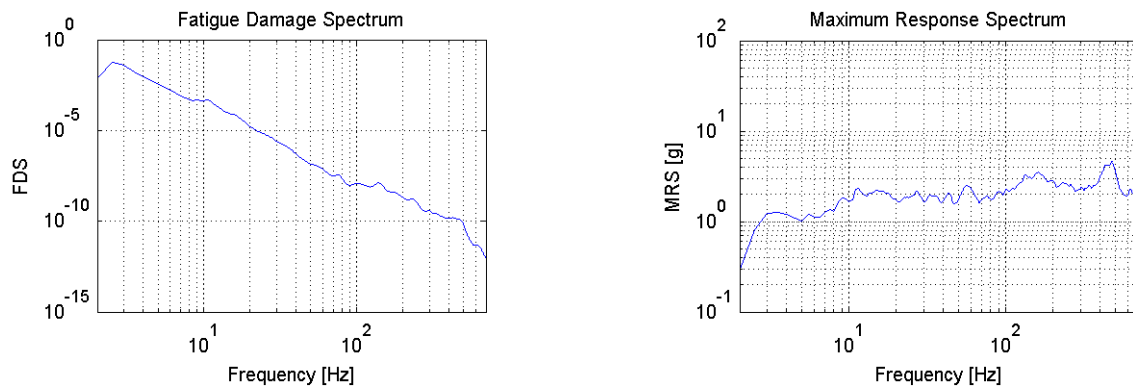


Figura 4.30 – FDS e MRS.

A partire dal FDS è stata sintetizzata una vibrazione random stazionaria (Figura 4.31) utilizzando un fattore temporale unitario.

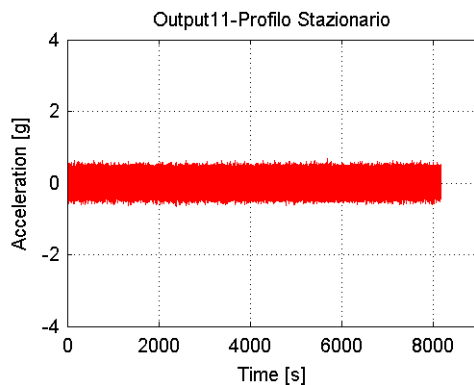


Figura 4.31 – Vibrazione sintetizzata.

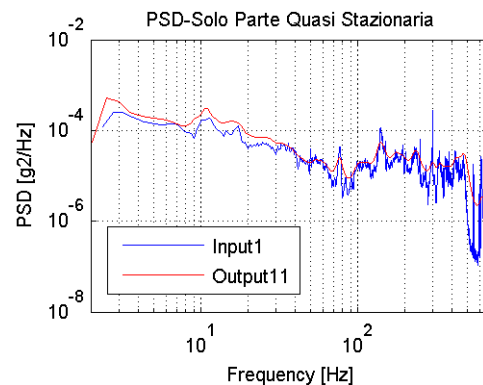


Figura 4.32 – PSD vibrazione sintetizzata.

Il FDS della vibrazione sintetizzata è uguale a quello della vibrazione iniziale (Figura 4.33), mentre il MRS è inferiore (Figura 4.34). Anche in questo caso non ci sono problemi legati alle tensioni massime indotte in quanto i valori di accelerazione massima sono contenuti.

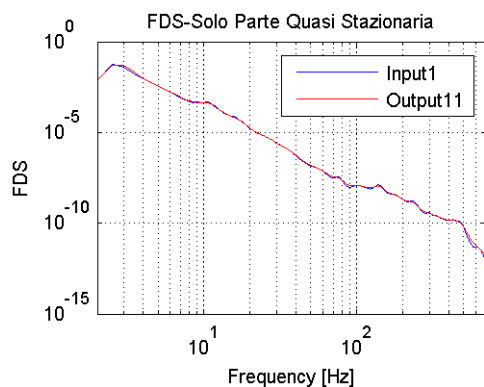


Figura 4.33 – Confronto FDS.

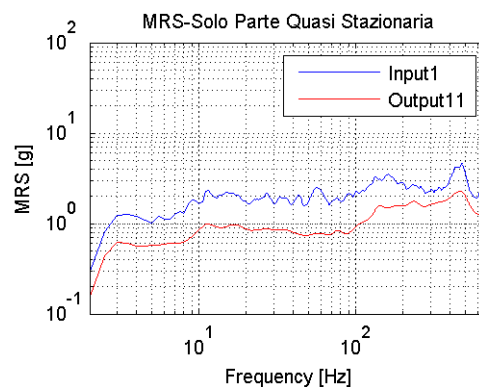


Figura 4.34 – Confronto MRS.

4.6.3. Sintesi parte non stazionaria.

La parte non stazionaria viene sintetizzata preservando il danno legato alle tensioni massime, cioè preservando la funzione MRS. Il risultato della sintesi non è una vibrazione random stazionaria ma una serie di shock (tanti quanti sono quelli nel profilo in esame), in modo da conservare la non stazionarietà del fenomeno dal punto di vista delle tensioni massime indotte.

Considerando la parte non stazionaria (Figura 4.35) viene calcolato il MRS (Figura 4.37) e a partire da questo si sintetizza uno shock (Figura 4.36) che abbia lo stesso MRS, e che induca quindi lo stesso valore delle tensioni massime. Il confronto tra i MRS è riportato in Figura 4.37. E' importante preservare il numero di shock presenti nella storia temporale che si sta sintetizzando, quindi il risultato della sintesi non è un singolo shock ma una serie di shock (Figura 4.38) tanti quanti sono quelli presenti nella parte non stazionaria. Il conteggio degli shock è stato effettuato valutando il valore massimo dell'accelerazione della parte quasi stazionaria e confrontandolo con i massimi relativi ad ogni finestra (di un secondo) della parte non stazionaria (Figura 4.39). Se la generica finestra ha un valore massimo superiore al valore massimo della parte quasi stazionaria allora è conteggiato uno shock. Ovviamente il numero di shock ottenuti va controllato andando ad esaminare ogni singola finestra per verificare che sia effettivamente uno shock o che non ce ne sia più di uno.

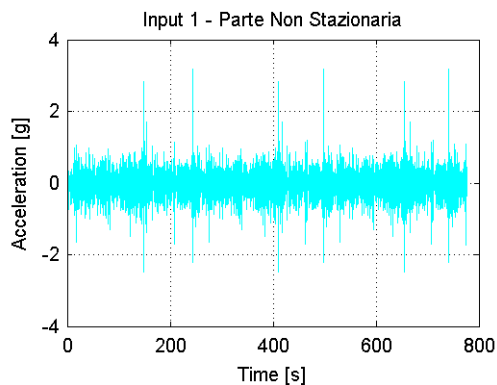


Figura 4.35 – Parte non stazionaria.

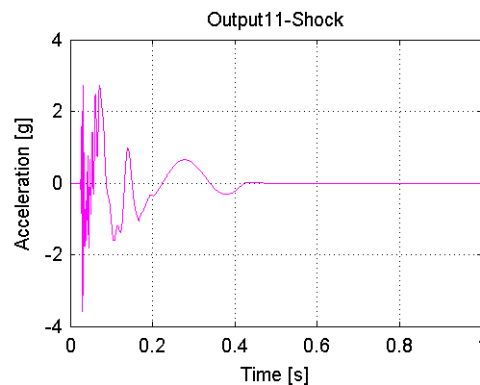


Figura 4.36 – Shock sintetizzato.

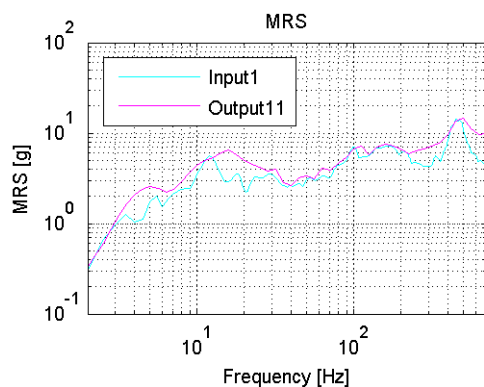


Figura 4.37 – Confronto MRS.

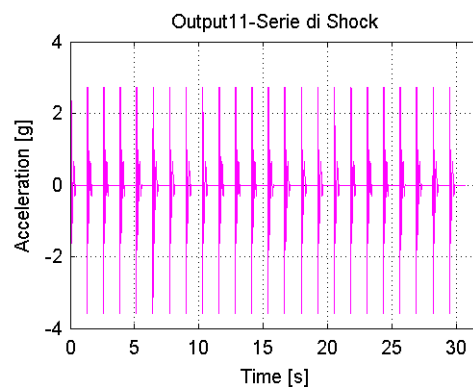
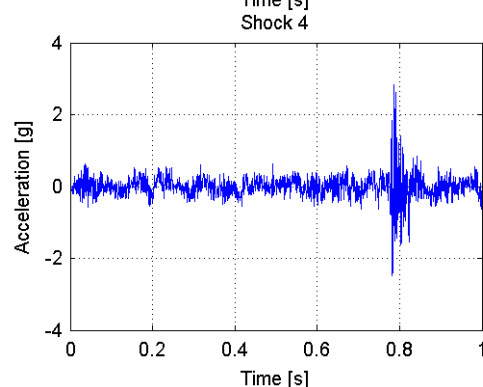
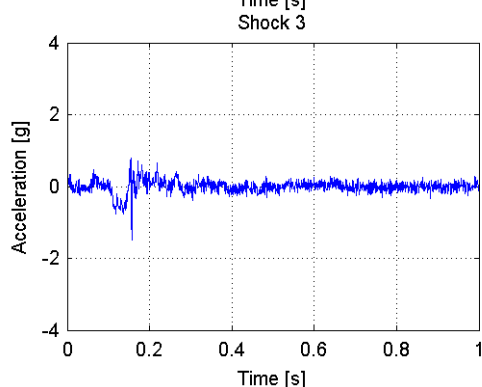
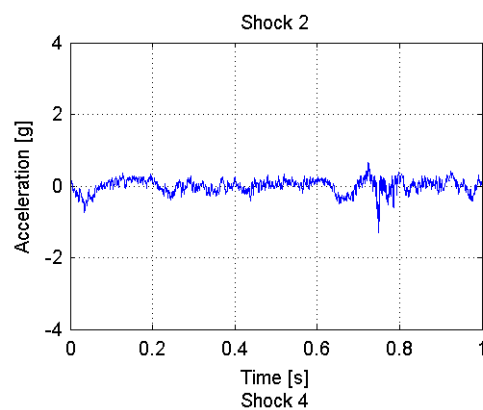
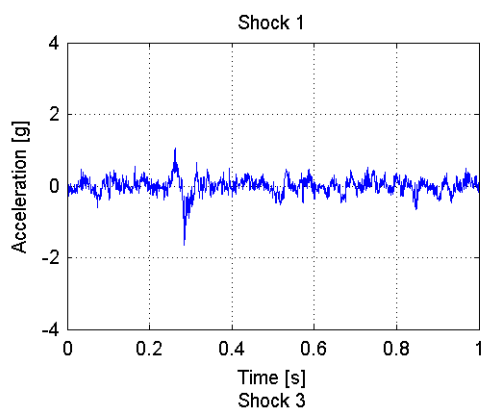


Figura 4.38 – Serie di Shock.

Avendo calcolato il MRS su tutta la parte non stazionaria lo shock sintetizzato è sicuramente più severo di ogni shock presente nella parte non stazionaria. Gli shock presenti nella parte non stazionaria sono 24 (Tabella 4.13), l'approssimazione di valutare un unico shock sovrastimato (Figura 4.36) e ripeterlo per 24 volte è stata effettuata per compensare i contributi che non vengono considerati, cioè quelli non stazionari a bassa ampiezza. L'eventuale errore che si può commettere sovrastimando il danno è da preferirsi ad un errore in sottostima perché commettere una sovrastima del danno comporta un sovradimensionamento del componente viceversa una sottostima del danno comporta un rischio di rottura del componente durante la sua vita utile, che è sicuramente da evitare.



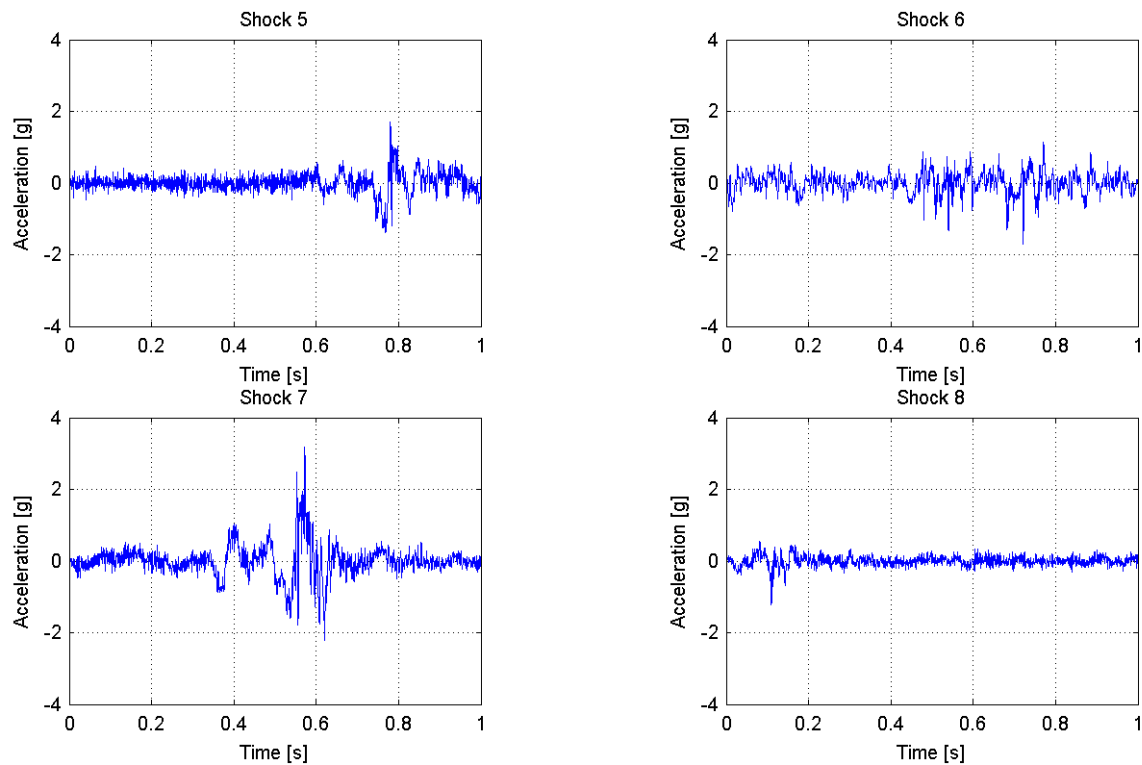


Tabella 4.13 – Shock presenti nella parte non stazionaria; sono riportati solo 8 shock perché gli altri 16 sono la ripetizione dei primi 8.

Un altro modo di procedere sarebbe stato quello di valutare un MRS diverso per ogni shock e a partire da questi singoli MRS sintetizzare per ognuno uno shock diverso. Il risultato della sintesi sarebbe comunque stato una serie di shock ma tutti diversi tra loro. Nel caso in cui gli shock oltre ad essere molto diversi tra loro fossero anche in numero molto elevato, si potrebbero raggruppare per agevolare l'operazione di sintesi. In questo caso però non si sarebbe tenuta in considerazione la compensazione dei contributi a bassa ampiezza.

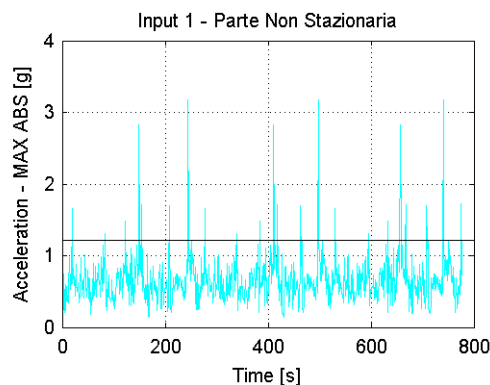


Figura 4.39 – Andamento dei valori massimi (in valore assoluto) della parte non stazionaria (curva azzurra) e valore massimo (in valore assoluto) della parte quasi stazionaria.

4.6.4. Tipologia 5.

Per verificare le modifiche introdotte vengono confrontati i risultati del test Input 1, con i risultati di un test Output 11 nel quale vengono applicate le vibrazioni sintetizzate utilizzando le modifiche proposte.

La vibrazione del test Input 1 viene suddivisa nei due contributi non stazionario e quasi stazionario come visto in 4.6.1 (Figura 4.40).

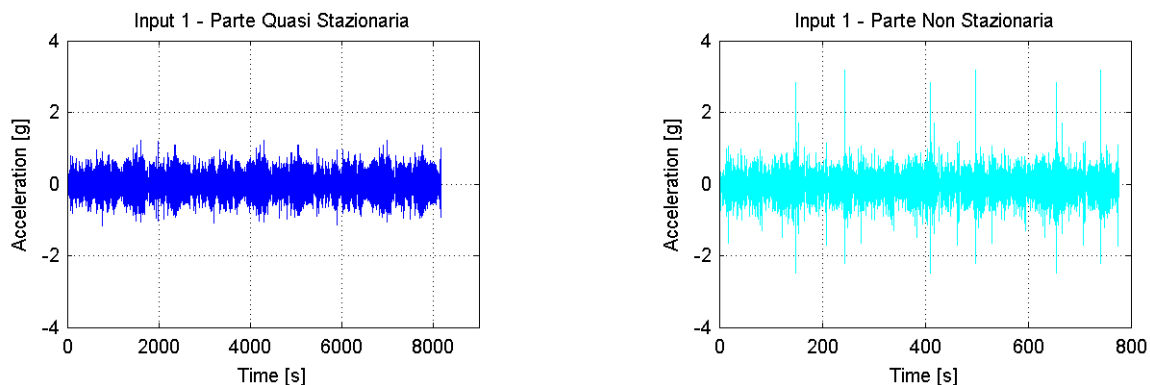


Figura 4.40 – Parte quasi stazionaria (curva blu); Parte non stazionaria (curva ciano).

Nella sezione 4.4 si è verificato che il metodo di sintesi a partire dal FDS fornisce buoni risultati se si processa una vibrazione stazionaria, quindi la parte quasi stazionaria viene sintetizzata a parità di FDS. Il risultato della sintesi è una vibrazione random stazionaria della stessa durata della parte quasi stazionaria (Figura 4.41). E' stato utilizzato il valore del parametro b ricavato sperimentalmente. In Figura 4.42 è riportato il confronto tra le PSD e in Figura 4.43 il confronto del FDS.

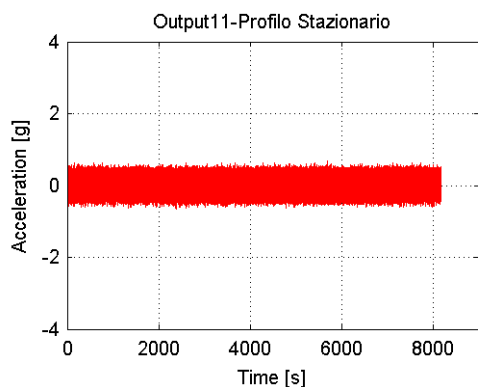


Figura 4.41 – Vibrazione sintetizzata.

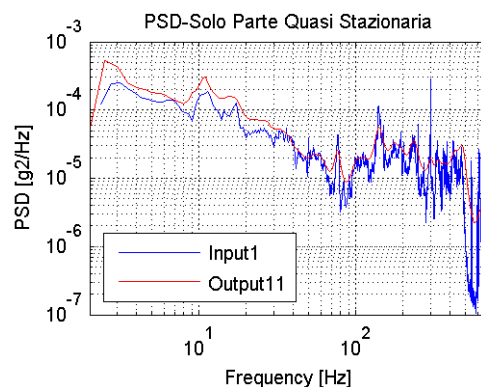


Figura 4.42 – Confronto PSD.

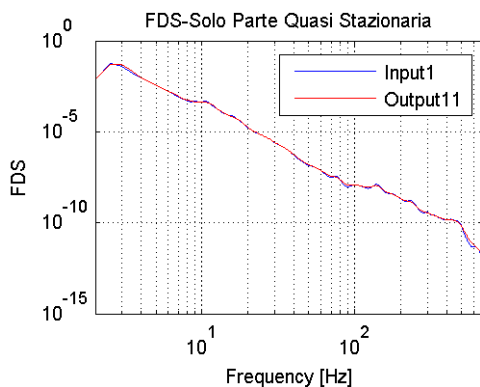


Figura 4.43 – Confronto FDS.

La parte non stazionaria viene sintetizzata in una serie di shock a parità di MRS e a parità di numero di shock. In Figura 4.44 è riportata la serie di shock, in Figura 4.45 viene riportato il confronto tra il MRS della parte non stazionaria e il MRS della serie di shock. In questo caso le vibrazioni sintetizzate, costituite da una vibrazione random stazionaria e da una serie di shock, consentono di preservare sia il FDS che il MRS della vibrazione di partenza.

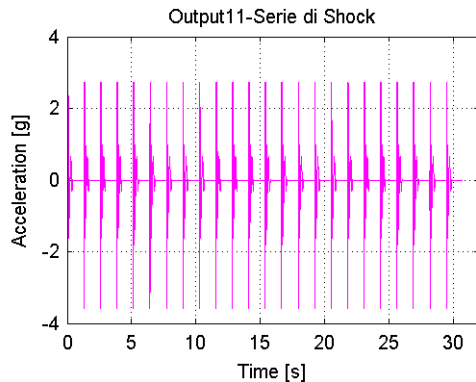


Figura 4.44 – Shock sintetizzato.

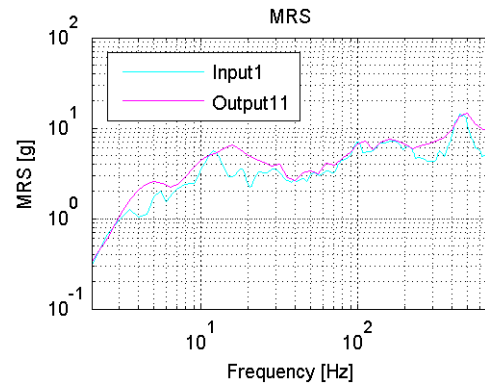


Figura 4.45 – Confronto MRS.

Le vibrazioni sintetizzate (Output 11), costituite da una vibrazione random stazionaria e 24 shock, vengono applicate su 9 provini. Vengono applicati prima i 24 shock e successivamente la vibrazione random stazionaria fino alla rottura dei provini. Analogamente ai test precedenti viene rimosso il tempo massimo e quello minimo dai risultati per la stima del valore medio e della deviazione standard. I risultati sono mostrati in Tabella 4.14.

	Tempo di rottura [s]	Variazioni % rispetto al valore medio
Provino01	11627	56%
Provino02	10032	34%
Provino03	6527	-13%
Provino04	7034	-6%
Provino05	5681	-24%
Provino06	5660	-24%
Provino07	10186	36%
Provino08	6960	-7%
Provino09	5866	-21%
Valore mediano	6960	
Valore medio	7469	
Deviazione Standard	1734	
Deviazione Standard %	23%	

Tabella 4.14 – Tempi di rottura.

Avendo sintetizzato la parte non stazionaria in una serie di shock, i tempi di rottura devono essere confrontati con la durata della parte quasi stazionaria (in quanto la sintesi è avvenuta preservando il FDS e utilizzando un fattore temporale unitario). Teoricamente il tempo di rottura dovrebbe coincidere con la durata della parte quasi stazionaria.

Durata parte quasi stazionaria – Input 1 [s]	8178
Valore Medio Durata Output 11	7469
Errore %	-9%

Tabella 4.15 – Errore sulla stima del valore mediano e del valore medio del tempo di rottura.

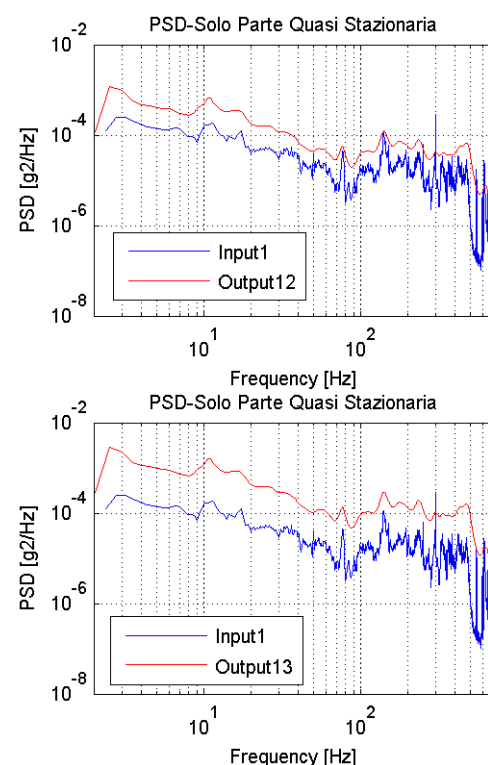
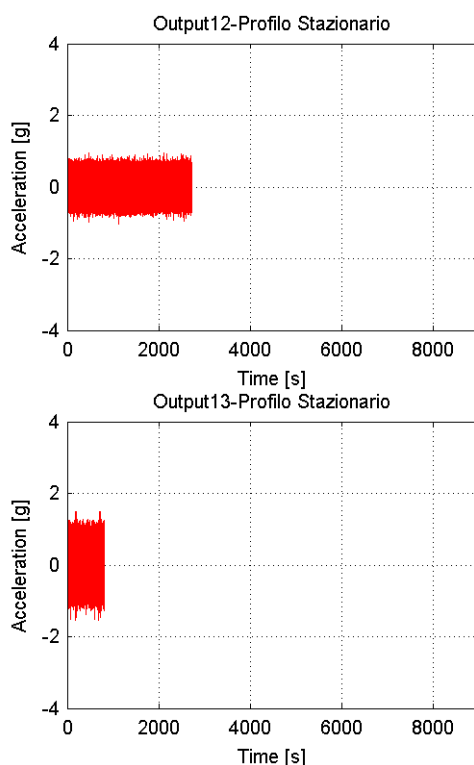
Il valore dell'errore è soddisfacente, paragonabile agli errori che si sono ottenuti nel caso semplificato di sintesi di un profilo stazionario (Sezione 4.4).

4.7. Tipologia 6.

In ultima analisi risulta interessante stimare l'errore nell'utilizzo del metodo applicando un fattore temporale non unitario. Infatti il metodo di sintesi ha lo scopo di realizzare test in laboratorio di durata contenuta rispetto alla durata delle vibrazioni applicate durante il ciclo di vita di un dato componente.

Vengono effettuati tre test denominati rispettivamente Output 12, 13 e 14 i quali vengono confrontati sempre rispetto al test Input 1 e sono condotti applicando il metodo modificato. Ad ogni test viene applicato un fattore temporale diverso: 1/3, 1/10 e 1/15. La vibrazione del test Input 1 viene scomposta in due contributi non stazionario e quasi stazionario come fatto in precedenza (Figura 4.40).

Il fattore temporale viene applicato alla sola vibrazione random stazionaria sintetizzata a partire dalla parte quasi stazionaria, mentre la sintesi della parte non stazionaria rimane inalterata (il risultato della sintesi della parte non stazionaria rimane uguale a quella del test Output 11 costituito cioè dalla serie di shock rappresentata in Figura 4.44). La parte quasi stazionaria viene sintetizzata in una vibrazione random stazionaria a parità di FDS. In Figura 4.46 sono mostrate le vibrazioni random stazionarie sintetizzate per i tre test condotti.



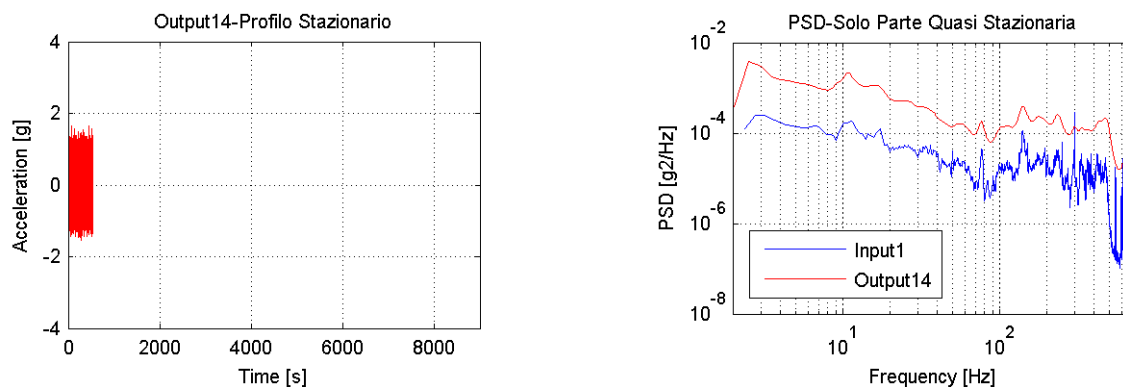


Figura 4.46 – Vibrazioni random stazionarie applicate nei Test Output 12, 13 e 14.

Le funzioni FSD per le tre vibrazioni random stazionarie sono uguali tra loro e uguali al FDS della parte quasi stazionaria della vibrazione del test Input 1. Il confronto è riportato in Figura 4.47. Essendo le tensioni massime indotte elevate, la verifica viene effettuata confrontando i MRS con il MRS della parte non stazionaria (Figura 4.48). Le tensioni massime indotte dalle vibrazioni random sintetizzate sono inferiori a quelle indotte dalla parte non stazionaria quindi non ci sono problemi legati al superamento di tensioni limite.

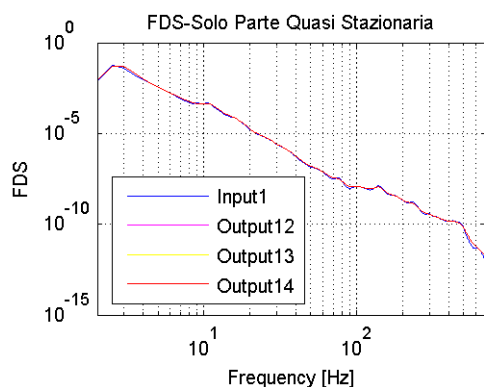


Figura 4.47 – Confronto FDS

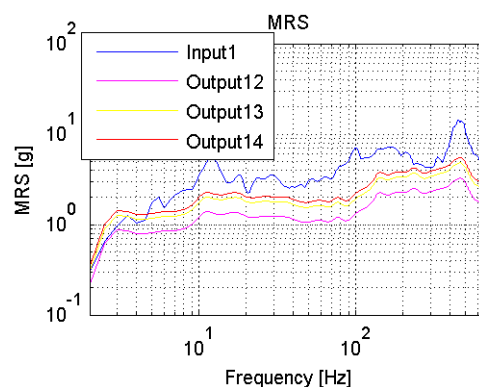


Figura 4.48 – Confronto MRS, i MRS degli Output sono calcolati solo sulla vibrazione stazionaria.

Anche in questi tre casi esaminati le vibrazioni sintetizzate (costituite da una vibrazione random stazionarie e da 24 shock) consentono di preservare sia il FDS che il MRS della vibrazione di partenza.

Come nel test Output 11 vengono applicati prima i 24 shock e successivamente la vibrazione random stazionaria fino alla rottura dei provini. Analogamente ai test precedenti vengono usati 9 provini e per la stima del valore medio e della deviazione standard non vengono considerati il tempo di rottura massimo e quello minimo ottenuti. I risultati sono mostrati in Tabella 4.16.

	Tempi di rottura [s]		
	Output 12	Output 13	Output 14
Provino01	3208	529	372
Provino02	2089	729	415
Provino03	2322	621	353
Provino04	1990	633	515
Provino05	2539	711	368

Provino06	2164	639	386
Provino07	4756	607	380
Provino08	2208	571	322
Provino09	2004	547	413
Valore medio	2362	618	384
Valore mediano	2208	621	380
Deviazione Standard	381	49	21
Deviazione Standard %	16%	8%	6%

Tabella 4.16 – Tempi di rottura.

Avendo sintetizzato la parte non stazionaria in una serie di shock, i tempi di rottura devono essere confrontati con la durata della parte quasi stazionaria applicando il relativo fattore temporale. Teoricamente il tempo di rottura dovrebbe coincidere con la durata della parte quasi stazionaria moltiplicato per il relativo fattore temporale.

	Output 12	Output 13	Output 14
Durata parte quasi stazionaria – Input 1 [s]	8178	8178	8178
Fattore temporale	1/3	1/10	1/15
Valore teorico Durata Output [s]	2726	818	545
Valore Medio effettivo Durata Output [s]	2362	618	384
Errore %	-13%	-24%	-30%

Tabella 4.17 – Errore sulla stima del valore mediano e del valore medio del tempo di rottura.

L'errore nella stima del tempo medio di rottura si amplifica all'aumentare del fattore temporale. L'errore in funzione del fattore temporale può essere interpolato da una funzione potenza Eq. 4.13 (dove y è l'errore % e x il fattore temporale).

$$\begin{cases} y = cx^a \\ c = -8.5854 \\ a = 0.4487 \end{cases} \quad \text{Eq. 4.13}$$

I risultati possono essere estrapolati, con un certo margine di errore, per fattori temporali maggiori (Figura 4.50).

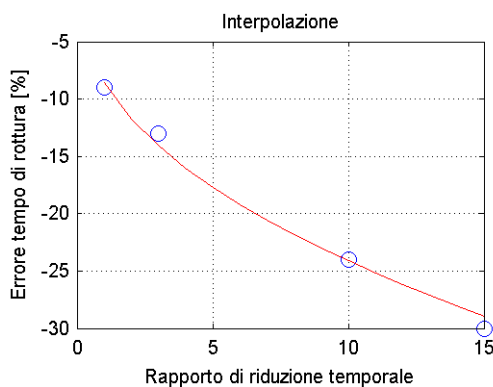


Figura 4.49 – Interpolazione errore.

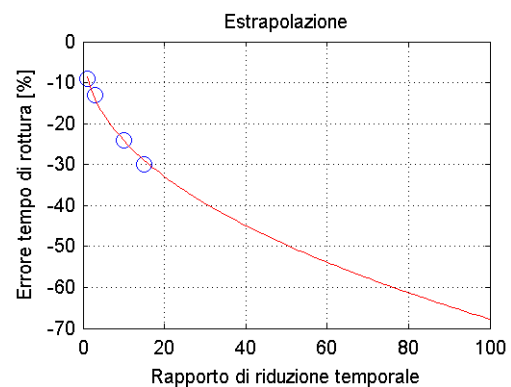


Figura 4.50 – Estrapolazione errore.

Dai risultati si evince che la vibrazione sintetizzata è troppo severa. L'errore sulla stima del tempo di rottura può essere utilizzato per definire un coefficiente correttivo di riduzione dell'ampiezza della vibrazioni. Per semplicità si suppone di agire solo sulla vibrazione random stazionaria sintetizzata dal FDS e rappresentata da una certa PSD (lasciando inalterata la serie di shock). L'operazione di sintesi avviene preservando il FDS il quale è proporzionale alla durata delle vibrazioni e proporzionale all'ampiezza della PSD elevata all'esponente $b/2$. Per bilanciare l'equivalenza occorre ridurre l'ampiezza della PSD (supponendo di mantenere inalterata la forma) in funzione della sovrastima sul tempo di rottura. Il FDS per una vibrazione random stazionaria è riportato in Eq. 4.14 (vedi – Appendice C).

$$FDS = \frac{K^b}{C} T \left(\frac{1}{2\pi} \frac{\dot{z}_{rms}}{z_{rms}} \right) (\sqrt{2} z_{rms})^b \Gamma \left(1 + \frac{b}{2} \right) \quad \text{Eq. 4.14}$$

Il FDS della vibrazione sovrastimata (FDS_s) si impone uguale al FDS della vibrazione corretta (FDS_c).

$$FDS_s = FDS_c \xrightarrow{\text{yields}} T_s \left(\frac{\dot{z}_{rms_s}}{z_{rms_s}} \right) (z_{rms_s})^b = T_c \left(\frac{\dot{z}_{rms_c}}{z_{rms_c}} \right) (z_{rms_c})^b \quad \text{Eq. 4.15}$$

Considerando le espressioni del RMS dello spostamento e della velocità (Appendice C) si ottiene:

$$T_s (G_s)^{\frac{b}{2}} = T_c (G_c)^{\frac{b}{2}} \quad \text{Eq. 4.16}$$

T_s è la durata della vibrazione sovrastimata che ha portato a rottura il provino, T_c è la durata della vibrazione corretta, G_s è l'ampiezza della PSD della vibrazione sovrastimata mentre G_c è l'ampiezza della PSD della vibrazione corretta. E' tutto noto tranne G_c .

$$G_c = G_s \left(\frac{T_s}{T_c} \right)^{\frac{2}{b}} = G_s (0.7)^{\frac{2}{b}} \quad \text{Eq. 4.17}$$

Supponiamo di voler correggere l'ampiezza della PSD per un fattore temporale pari a 15. L'errore sulla stima del tempo di rottura è circa -30%, quindi T_s è il 70% di T_c . Considerando $b=2.76$, si ottiene:

$$G_c \approx 0.77 G_s \quad \text{Eq. 4.18}$$

Il coefficiente così ottenuto può essere utilizzato per bilanciare l'equivalenza, cioè per mantenere inalterato il danno a fatica a seguito dell'operazione di sintesi evitando di sovrastimare le vibrazioni sintetizzate.

Capitolo 5 – Conclusioni.

E' stato verificato sperimentalmente uno dei metodi di sintesi utilizzati per definire una specifica tecnica attraverso il Test Tailoring. Le prove sperimentali effettuate hanno mostrato discrepanze tra i risultati ottenuti e quelli attesi. Per risolvere questi problemi sono stati individuati e affrontati tre punti critici.

Il primo punto critico riguarda l'eventuale presenza di contributi a bassa ampiezza nella vibrazione che si vuole sintetizzare, i quali inducono tensioni al di sotto del limite a fatica del materiale. Questi contributi non danneggiano a fatica il componente ma concorrono solo ad inficiare la stima del danno a fatica. Per risolvere questo problema è necessario individuare tali contributi ed eliminarli dalla vibrazione che si vuole sintetizzare al fine di una corretta stima del danno a fatica.

Il secondo punto critico è la forte influenza dell'indice di fatica (parametro caratteristico del materiale legato alla curva di Wohler) sul risultato della sintesi. I test sperimentali condotti hanno mostrato che il valore effettivo di tale parametro può essere molto diverso dai valori che si possono trovare in letteratura, e questo può essere fonte di errori molto elevati. Questo parametro è stato valutato sperimentalmente applicando eccitazioni random stazionarie sui provini in esame.

Il terzo punto critico riguarda la presenza di contributi fortemente non stazionari, in particolare shock ad alta ampiezza. La discrepanza tra i risultati ottenuti e quelli attesi si amplifica quando si processano vibrazioni non stazionarie rispetto alle vibrazioni stazionarie. Si è ipotizzato che il problema sia la natura stazionaria del risultato della sintesi che non replica le caratteristiche di non stazionarietà presenti nella storia da sintetizzare, in particolare i contributi ad alta ampiezza (shock). E' stata proposta un'originale modifica alla procedura che consenta di trattare separatamente i contributi non stazionari preservando l'effetto degli shock. I risultati mostrano errori ridotti, paragonabili a quelli ottenuti nel caso in cui sono state processate vibrazioni stazionarie.

Inoltre è stata analizzata la dipendenza dell'errore dovuto alla procedura di sintesi dal fattore di riduzione della durata delle vibrazioni (processando un profilo vibratorio non stazionario). Sono stati verificati tre diversi fattori temporali e i risultati sono stati interpolati ed estrapolati. I risultati mostrano che l'errore si amplifica all'aumentare del fattore temporale. Infine è stata proposta una procedura per correggere l'ampiezza delle vibrazioni sintetizzate in funzione dell'errore ottenuto.

Il fatto che l'errore sulla stima del tempo di rottura sia sempre negativo (applicando un fattore di riduzione temporale) significa che la vibrazione sintetizzata è sovrastimata, cioè il danno a fatica è sovrastimato. Questo è da preferirsi al caso in cui fosse commessa una sottostimata perché la sollecitazione sintetizzata serve nella fase di progettazione di un componente per eseguire test di qualifica a vibrazione. Commettere una sovrastima del danno comporta un sovradimensionamento del componente viceversa una sottostima del danno comporta un rischio di rottura del componente durante la sua vita utile, che è sicuramente da evitare.

Concludendo, il metodo di sintesi fornisce una procedura ingegnosa per la realizzazione di test accelerati in laboratorio, ma a fronte delle varie fonti di errore la sua adozione in casi applicativi reali deve essere effettuata con cautela.

Riferimenti

- [1] Lalanne C., 2009. “Mechanical Vibration and Shock Analysis”, Volume 5: Specification Development. 2nd ed. London: John Wiley & Sons, Inc – ISTE.
- [2] Harris C., Piersol A., 2002. “Harris’ Shock and Vibration Handbook”. 5th ed. Berkshire: McGraw-Hill, New York.
- [3] CEEES Technical Advisory Board for Mechanical Environments “A Review of Methodologies for Deriving Vibration and Shock Test Severities”, Confederation of European Environmental Engineering Societies (CEEES), 2008.
- [4] Lalanne C., Bozio M., “Writing a mechanical vibration specification from M.R.S. and F.D.S.”, *Proceedings of the 48th Annual Technical Meeting and Exposition (ESTECH 2002)*, April 22 - 25, 2001 – Las Vegas, Arizona (USA).
- [5] Williams D., Charles D., “Derivation of Vibration Test Severities From a Road Transport Trial”, CIT Report COA-EAS-1.
- [6] Halfpenny A. and Kihm, F., “Mission Profiling and Test Synthesis Based on Fatigue Damage Spectrum”, *Proceedings of the Ninth International Fatigue Congress*, Atlanta, USA, 2006, Elsevier, UK, FT 342.
- [7] Özsoy S., Çelik M. and Kadioğlu F.S., “An accelerated life test approach for aerospace structural components”. *Engineering Failure Analysis*, Vol.15, Issue 7, pp. 946-957.
- [8] Yung Li-Lee, Dennis Polehna, Hong-Tae Kang, “Fatigue Damage Severity Calculation for Vibration Tests”, *Journal of Testing and Evaluation*, Vol. 38, No. 6, (2010).
- [9] Juntunen Markku. “Development of a shock and vibration test specification for telecommunication equipment in automotive environments”. Confederation of European Environmental Engineering Societies (CEEES), 2001.
- [10] Lucifredi A., Silvestri P., Tripepi P., “Development of criteria for vibration qualification of mechanical components through LMS TestLab Mission Synthesis software”, *Proceedings of the Seventh International Conference on Condition Monitoring and Machinery Failure Prevention Technologies*, 22-24 June 2010, Stratford-upon-Avon, UK.
- [11] Lalanne C., 2009. “Mechanical Vibration and Shock Analysis”, Volume 2: Mechanical Shock. 2nd ed. London: John Wiley & Sons, Inc – ISTE.
- [12] Miner, M. A., “Cumulative Damage in Fatigue,” ASME Trans. J. Appl. Mech., Vol. 67, 1945, pp. A159–A164.
- [13] Lalanne C., 2009. “Mechanical Vibration and Shock Analysis”, Volume 4: Fatigue Damage. 2nd ed. London: John Wiley & Sons, Inc – ISTE.

- [14] Callister W.D., “Scienza e ingegneria dei materiali – Una Introduzione”, EdiSES, Napoli, 2007.
- [15] Smith W. F., “Scienza e tecnologia dei materiali”, McGraw-Hill, Milano, 1995.
- [16] D. Kosteas, J. Maljaars, “Fatigue of aluminium structures EN 1999-1-3”, *Proceedings of EUROCODES Workshop*, February 18-20, 2008, Brussels (Belgium).
- [17] Borrego L.P., Abreu L.M., Costa J.M., Ferreira J.M., “Analysis of low cycle fatigue in AlMgSi aluminium alloys”. *Engineering Failure Analysis* 11 (2004) 715-725.
- [18] F. De Coninck, W. Desmet, P. Sas, “Durability Assessment of Lightweight Stainless Steel Exhaust Systems”. *Proceedings of ISMA 2008*, Leuven, Belgium.
- [19] G. M. Hieber, “Use and Abuse of Test Time Exaggeration Factors”, *TEST Engineering and Management*, pp. 14-16, Apr/May 99.
- [20] S. Abdullah, J. C. Choi, J. A. Giacomini and J. R. Yates. “Bump extraction algorithm for variable amplitude fatigue loadings”, *International Journal of Fatigue*, Vol. 28, No.7, 2006, pp. 675-691.
- [21] Giacomini, J., Steinwolf, A. and Staszewski, W.J., 2000, “An algorithm for mildly nonstationary mission synthesis [MNMS]”, *Engineering Integrity*, Vol. 7, January, pp 44-56.
- [22] Steinwolf A, Giacomini J, Staszewski WJ. “On the need for bump event correction in vibration test profiles representing road excitations in automobiles”, *Proc of the Instn of Mech Engrs, Part D, Journal of Automobile Engineering* 2002;216(D4):279-295.
- [23] R. Giovannozzi, “Costruzione di Macchine”, Vol. I, Patron, Bologna, 1965.
- [24] Juvinall R.C. Marshek K.M., “Fondamenti della progettazione dei componenti delle macchine”, ED. ETS, Pisa, 2002.
- [25] Lalanne C., 2009. “Mechanical Vibration and Shock Analysis”, Volume 3: Random Vibration. 2nd ed. London: John Wiley & Sons, Inc – ISTE.
- [26] Lalanne C., 2009. “Mechanical Vibration and Shock Analysis”, Volume 1: Sinusoidal Vibration. 2nd ed. London: John Wiley & Sons, Inc – ISTE.
- [27] Miles, J.W., “On Structural Fatigue Under Random Loading,” *J. Aeronaut. Sci.*, Vol. 21 (November), 1954, pp. 753.
- [28] Halfpenny A. “Accelerated vibration testing based on fatigue damage spectra”. White paper, nCode International, www.ncode.com.
- [29] HU J. M., “Correlation of a sinusoidal sweep test to field random vibration”, *Journal of the IES*, 1997, vol. 40, no6, pp. 35-41.

- [30] Halfpenny A., "Using the Fatigue Damage Spectrum to determine flight qualification of vibrating components on helicopters". *Proceedings of ASTELAB 2009 Conference*, September 2009, Paris, France.
- [31] Halfpenny A., "Method for accelerating dynamic durability tests", *Proceedings of the Ninth International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics*, Southampton, UK, 2006.
- [32] Jiao G. "A theoretical model for the prediction of fatigue under combined Gaussian and impact loads". *Int J Fatigue* 1995;17:215–9.
- [33] Fatemi A and Yang L (1998), "Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials", *Int. J. Fatigue* 20, 9–34.
- [34] W. Fackler, "Equivalence Techniques for Vibration Testing", *The Shock and Vibration Monograph Series (SVM-9)*, Washington D.C., 1972.
- [35] M. Aykan and M. Celik, "Vibration fatigue analysis and multi-axial effect in testing of aerospace structures". *Mech Syst Signal Process*, 23 (2009), pp. 897–907.
- [36] S.S. Manson, J.C. Freche and S.R. Ensign, "Application of a double linear damage rule to cumulative fatigue", NASA Technical Note, WASHINGTON, D. C. APRIL 1967.
- [37] M.A. Biot., "Transient oscillations in elastic systems", Thesis no. 259, Aeronautics Dept., California Institute of Technology, Pasadena, 1932.
- [38] Giacomini J, Steinwolf A, Staszewski WJ. "Application of mildly non stationary mission synthesis (MNMS) to automotive road data", *Proceedings of the seventh international conference ATA*, 23–25 May, Florence, Italy, 2001.
- [39] Abdullah S, Giacomini JA, Yates JR. "A mission synthesis algorithm for fatigue damage analysis". *Proc Inst Mech Eng Part D J Autom Eng* 2004; 218(D3):243–58.
- [40] Abdullah S, Yates JR, Giacomini JA. "Wavelet bump extraction (WBE) algorithm for the analysis of fatigue damage", *Proceeding of the fifth international conference on low cycle fatigue (LCF5)*, Berlin, Germany, 9–11 September 2003. p. 445–50.
- [41] Abdullah S., "Extraction of Fatigue Damaging Events from Road Spectrum Loadings Using the Wavelet-Based Fatigue Data Editing Algorithm", *SDHM*, vol.4, no.4, pp.181-197, 2008.
- [42] S. Abdullah, S. N. Sahadan, M. Z. Nuawi, A. Zaharim, Z. M. Nopiah, "On the Need of the 4th Order of Daubechies Wavelet Transforms to Denoise a Nonstationary Fatigue Loading", *Proceedings of the 7th WSEAS International Conference on SIGNAL PROCESSING, ROBOTICS and AUTOMATION (ISPRA '08)*, Cambridge, UK.
- [43] S. Abdullah, C.K.E. Nizwan and M.Z. Nuawi, "A Study of Fatigue Data Editing using the Short-Time Fourier Transform (STFT)", *American Journal of Applied Sciences* 6 (4): 565-575, 2009.

Appendice A – Fatica.

Il fenomeno della fatica si verifica in componenti soggetti a tensioni variabili nel tempo inferiori alla tensione di rottura e fu introdotto nel secolo XIX. I primi problemi di rottura a fatica si ebbero sugli assi ferroviari, i quali subivano rotture anche se progettati per resistere a carichi (statici) ben superiori a quelli in esercizio.

La fatica è legata ai fenomeni di micro-deformazioni plastiche cicliche locali indotte dal ciclo di sollecitazioni. Esse sono dovute al fatto che, per effetto di vari tipi di microintagli e/o discontinuità (bordi di grano, inclusioni non metalliche, composti interstiziali, rugosità superficiali), localmente il valore dello sforzo può superare il carico di snervamento anche se il carico macroscopico esterno rimane sempre al di sotto di esso. Si parla di danneggiamento dovuto al fenomeno della fatica quando le caratteristiche meccaniche del materiale di cui è costituito il componente si modificano (in particolare le caratteristiche di resistenza cioè la tensione di rottura statica e la tensione limite a fatica) a seguito della formazione di fratture causate dall'applicazione di carichi variabili nel tempo. In funzione del livello delle tensioni e del numero di cicli di sollecitazione, queste fratture possono propagarsi fino alla rottura per fatica del componente. Quindi il danneggiamento dovuto alla fatica è un fenomeno cumulativo.

La caratterizzazione dei materiali alla fatica viene effettuata in laboratorio utilizzando provini ai quali viene applicato un certo ciclo di carico fino alla rottura. Generalmente vengono usate tensioni sinusoidali a valore medio nullo. Il numero di cicli che porta a rottura i provini dipende dall'ampiezza della tensione applicata. La curva tensioni-numero di cicli di rottura è detta curva S-N, curva di Wohler o curva di fatica (Figura A1).

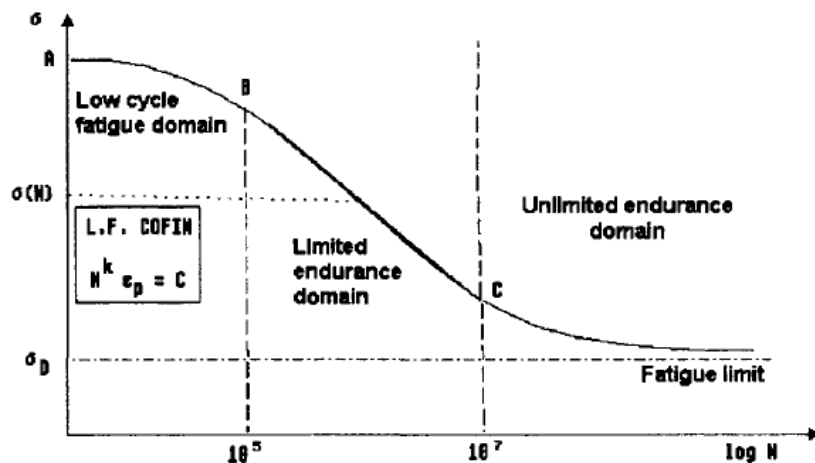


Figura A1 – Curva di fatica.

Generalmente si distinguono tre zone. Tratto AB – Zona di fatica a basso numero di cicli (fatica oligociclica). Tratto BC – Zona di fatica ad alto numero di cicli. Tratto CD – Zona di vita infinita, D è all'infinito per i materiali ferrosi mentre per gli altri materiali viene individuato oltre 10^7 cicli.

Esistono diverse formulazioni analitiche rappresentative della curva di fatica, le due seguenti formulazioni descrivono solo il tratto BC.

L'equazione di Wohler (Eq. A1).

$$Ne^{a\sigma} = B \quad \text{Eq. A1}$$

L'equazione di Basquin (Eq. A2).

$$N\sigma^b = C \quad \text{Eq. A2}$$

Il parametro b viene chiamato esponente della curva di fatica, indice di fatica o pendenza della curva di fatica (in quanto rappresenta la pendenza della curva di fatica in un grafico doppio-logaritmico Figura A2).

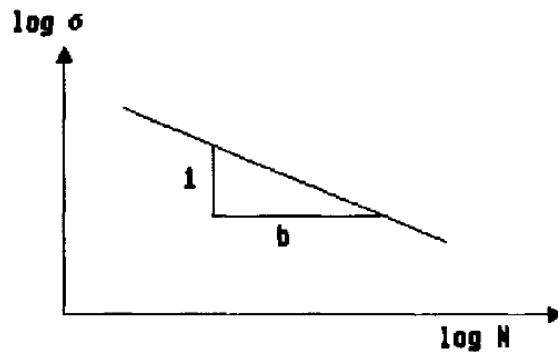


Figura A2 – Tratto BC della curva a fatica in un grafico doppio-logaritmico.

Come detto in precedenza il danneggiamento dovuto alla fatica è un fenomeno cumulativo. Esistono diverse teorie di accumulo del danno [13], [33], [36]. Una delle prime teorie è la Teoria di Miner, la più semplice e utilizzata, definisce il danno come:

$$d(\sigma) = \frac{n}{N(\sigma)} \quad \text{Eq. A3}$$

Dove n sono il numero di cicli di tensione sinusoidale di ampiezza σ applicata al componente in esame, N il numero di cicli di rottura corrispondente al livelli di tensione sinusoidale di ampiezza σ .

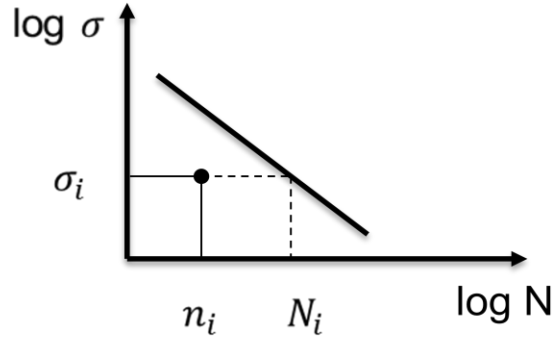


Figura A3 – Curva di fatica.

Inoltre la Teoria di Miner definisce anche un'ipotesi sull'accumulo del danno, in particolare suppone che sia lineare. Applicando diverse sollecitazioni σ_i ognuna per n_i cicli il danno complessivo subito dal componente è pari alla somma dei singoli danni:

$$D = \sum_i d_i = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \quad \text{Eq. A4}$$

Sia dall'Eq. A3 che dalla Eq. A4 è evidente che quando il danno complessivo è pari a 1 si ha la rottura per fatica del componente.

La definizione di danno può essere estesa a sollecitazioni random o shock, in questi casi è necessario stimare un istogramma che fornisca il numero di cicli di sollecitazione per una data ampiezza utilizzando uno fra i vari metodi di conteggio [13], ad esempio il Rainflow Counting Method.

Una versione alternativa è la Teoria di Miner modificata: suppone sempre che valga la Eq. A3 ma che il danno non si accumuli linearmente Eq. A5:

$$D = \sum_i \left(\frac{n_i}{N_i} \right)^x ; x > 1 \quad \text{Eq. A5}$$

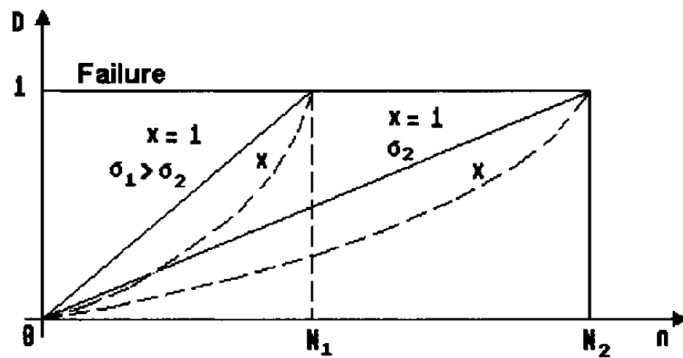


Figura A4 – Danno in funzione del numero di cicli.

Entrambe le Teorie di Miner suppongono che il danno sia indipendente dal livello di tensione.

La teoria di Henry suppone invece che il danno sia dipendente dal livello di tensione applicato e funzione dell'ordine di applicazione, e definisce il danno come variazione relativa della tensione limite a fatica:

$$D = \frac{\sigma_D - \widehat{\sigma}_D}{\sigma_D} = \frac{\frac{n}{N}}{1 + \frac{\sigma_D \left(1 - \frac{n}{N}\right)}{\sigma - \sigma_D}} \quad \text{Eq. A6}$$

E' stato riportato solo un numero limitato di teorie, in quanto poche sono realmente utilizzate nella pratica. La Teoria di Miner nonostante tutti i limiti risulta la più utilizzata in quanto fornisce risultati sufficientemente accurati. Le altre teorie necessitano della conoscenza di parametri di difficile stima e spesso i miglioramenti nei risultati non giustificano l'approccio [13], [33], [36].

Appendice B – Coefficiente di sicurezza.

Per garantire la resistenza di un componente sollecitato meccanicamente è necessario che la resistenza meccanica sia superiore alle tensioni applicate (carico). Il rapporto tra la resistenza e il carico applicato, in termini di tensione, è detto coefficiente di sicurezza il quale deve essere maggiore di 1 (Eq. B1).



Figura B1 – Carico applicato e resistenza del materiale.

$$k = \frac{R}{E} > 1 \quad \text{Eq. B1}$$

In generale qualsiasi sia la natura delle sollecitazioni, il carico E deve essere rappresentato con una variabile aleatoria avente una certa PDF (probability density function), un valore medio (\bar{E}) e una deviazione standard (s_E). Analogamente la resistenza meccanica di un componente assume una certa distribuzione dei valori, quindi deve essere rappresentata da una PDF, un valore medio (\bar{R}) e deviazione standard (s_R). Generalmente si assume che queste variabili aleatorie abbiano una distribuzione lognormale, cioè il logaritmo della variabile aleatoria ha una distribuzione normale. Per la definizione di un coefficiente di sicurezza risulta necessario tenere in considerazione queste distribuzioni (Figura B2).

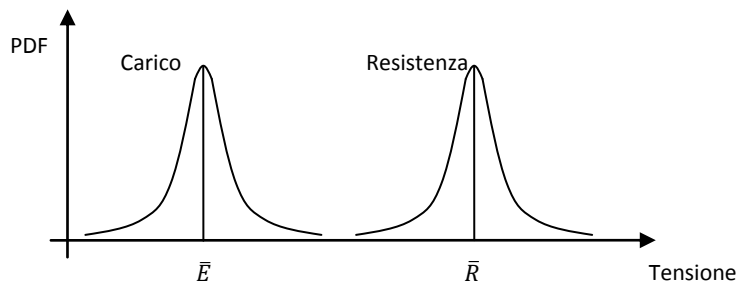


Figura B2 – PDF Carico applicato e PDF Resistenza del materiale.

Si può definire il coefficiente di sicurezza come rapporto tra la resistenza e il carico fissata una certa probabilità P_0 .

$$k = \frac{\bar{R} - \alpha s_R}{\bar{E} + \alpha s_E} \quad \text{Eq. B2}$$

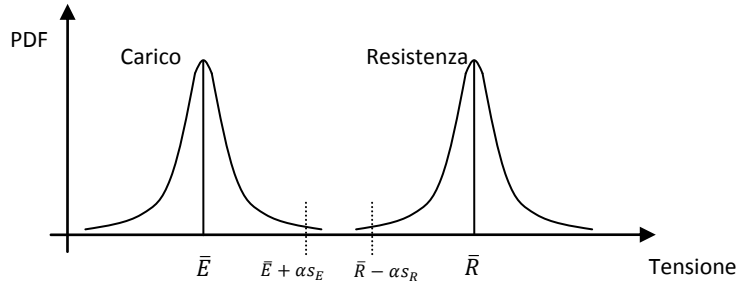


Figura B3 – PDF Carico applicato e PDF Resistenza del materiale.

Si definiscono i coefficienti di variazione:

$$V_R = \frac{S_R}{\bar{R}} \quad \text{Eq. B3}$$

$$V_E = \frac{S_E}{\bar{E}} \quad \text{Eq. B4}$$

Nelle espressioni Eq. B5 e B6 si indica con aerf l'inverso della funzione errore per il cui calcolo si rimanda a [1].

Nel caso in cui entrambe le variabili possano essere assimilate con distribuzione normale k si calcola con la Eq. B5.

$$k = \frac{1 + \sqrt{1 - (1 - V_E^2 \text{aerf}^2)(1 - V_R^2 \text{aerf}^2)}}{(1 - V_E^2 \text{aerf}^2)} \quad \text{Eq. B5}$$

Se invece le variabili possano essere assimilate con distribuzione lognormale k si calcola con la Eq. B6.

$$k = \exp \left\{ \text{aerf} \sqrt{\ln[(1 + V_E^2)(1 + V_R^2)]} - \ln \sqrt{\frac{1 + V_E^2}{1 + V_R^2}} \right\} \quad \text{Eq. B6}$$

Le differenze nel considerare le due tipologie di distribuzione sono trascurabili per bassi valori di V_E e V_R , ma diventano importanti al crescere di V_E e V_R . Fissato V_R e per bassi valori di V_E la distribuzione lognormale fornisce coefficienti di sicurezza inferiori rispetto alla distribuzione normale, viceversa per alti valori di V_E .

Nel caso in cui le due distribuzioni (di resistenza e di carico) fossero diverse, si possono fare le seguenti considerazioni:

- Fissato un basso valore del coefficiente di variazione della resistenza meccanica, k dipende poco dal tipo di distribuzione della resistenza meccanica se il coefficiente di variazione del carico è alto, viceversa se il coefficiente di variazione del carico è basso.

- Fissato un basso valore del coefficiente di variazione del carico, k dipende poco dal tipo di distribuzione della resistenza meccanica se il coefficiente di variazione del carico è basso, viceversa se il coefficiente di variazione del carico è alto.
- Fissato un basso valore del coefficiente di variazione della resistenza meccanica, k dipende poco dal tipo di distribuzione del carico se il coefficiente di variazione del carico è basso, viceversa se il coefficiente di variazione del carico è alto.
- Fissato un basso valore del coefficiente di variazione del carico, k dipende poco dal tipo di distribuzione del carico se il coefficiente di variazione del carico è alto, viceversa se il coefficiente di variazione del carico è basso.

Inoltre è possibile applicare due coefficienti correttivi Aging Factor e Test Factor, per la cui stima si rimanda a [1].

Un componente che rimane inutilizzato per lunghi periodi di tempo (anni) può deteriorare le proprie caratteristiche meccaniche in particolare la resistenza meccanica. Per tenere conto di questo degrado della resistenza meccanica si aumenta il coefficiente di sicurezza scegliendo una probabilità P_0 di rottura ridotta. In pratica viene ricavata la riduzione di P_0 in funzione del tempo di inutilizzo del componente.

Nel caso in cui fosse possibile eseguire un elevato numero di test il coefficiente di sicurezza determinato con Eq. B6 o Eq. B7 potrebbe essere utilizzato per amplificare l'ampiezza del carico, cioè l'ampiezza delle vibrazioni imposte durante i test di qualifica. In genere i test vengono eseguiti su pochi esemplari del componente in esame spesso su uno solo, quindi è necessario utilizzare un altro coefficiente correttivo denominato Test Factor (TS).

Appendice C – Formulazioni analitiche.

Nella sezione 2.4 sono state definite le funzioni MRS e FDS calcolate a partire da una generica vibrazione $y(t)$ definita nel tempo (Eq. C1 e Eq. C2 rispettivamente).

$$MRS = (2\pi f_0)^2 z_{max} \quad \text{Eq. C1}$$

$$FDS = \frac{K^b}{C} \sum_i n_i (z_i)^b \quad \text{Eq. C2}$$

Queste espressioni possono essere semplificate nel caso in cui $y(t)$ sia random stazionaria o sinusoidale (a frequenza costante o a frequenza variabile – swept sine).

Nel caso in cui $y(t)$ sia sinusoidale a frequenza costante f (Eq. C3) il MRS e il FDS valgono:

$$y(t) = Y_0 \cos(2\pi f t) \quad \text{Eq. C3}$$

$$MRS = \frac{\ddot{Y}_0}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{f}{Qf_0}\right)^2}} \quad \text{Eq. C4}$$

$$FDS = \frac{K^b}{C} f T \frac{\ddot{Y}_0^b}{(2\pi f_0)^{2b} \left\{ \left(1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{f}{Qf_0}\right)^2 \right\}^{\frac{b}{2}}} \quad \text{Eq. C5}$$

Nelle Eq. C4 e C5 si è indicato con Q il fattore dinamico definito in Eq. C6, mentre T è la durata di applicazione della vibrazione $y(t)$.

$$Q = \frac{1}{2\xi} \quad \text{Eq. C6}$$

Se la vibrazione applicata è sinusoidale con frequenza variabile, si possono avere molte casistiche. A titolo esemplificativo consideriamo il caso in cui la frequenza della vibrazione viene variata tra f_1 e f_2 linearmente mantenendo l'ampiezza dell'accelerazione costante pari a \ddot{Y}_0 . Per tutte le altre casistiche si rimanda a [1].

$$MRS = \begin{cases} \frac{Q\ddot{Y}_0 \text{ se } f_1 < f_0 < f_2}{\ddot{Y}_0} \\ \frac{\ddot{Y}_0}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{f_1}{f_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{f_1}{Qf_0}\right)^2}} \text{ se } f_0 \leq f_1 \\ \frac{\ddot{Y}_0}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{f_2}{f_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{f_2}{Qf_0}\right)^2}} \text{ se } f_2 \leq f_0 \end{cases} \quad \text{Eq. C7}$$

$$FDS = \frac{K^b}{C} \frac{f_0^2 T \ddot{Y}_0^b}{(2\pi f_0)^{2b}} \frac{1}{(f_2 - f_1)} \int_{h_2}^{h_1} \frac{h dh}{\left\{ (1 - (h)^2)^2 + \left(\frac{h}{Q}\right)^2 \right\}^{\frac{b}{2}}} \quad \text{Eq. C8}$$

Dove h è definito in Eq. C9:

$$h = \frac{f}{f_0} \quad \text{Eq. C9}$$

Infine si riportano le formulazioni nel caso in cui la vibrazione $y(t)$ sia random stazionaria rappresentabile con una PSD di ampiezza G e durata T.

A causa della natura della vibrazione esistono diverse definizioni per lo spostamento relativo massimo del sistema ad un grado di libertà, cioè per la definizione del MRS. Anche in questo caso viene riportato una sola definizione, per le altre si rimanda a [1]. Lo spostamento relativo massimo viene calcolato come la media dei massimi valutata su un intervallo di tempo T.

Supponendo che i valori assumano una distribuzione Gaussiana con valore medio nullo e che la risposta del sistema sia narrow band allora il MRS si può valutare con Eq. C10.

$$MRS = (2\pi f_0)^2 z_{RMS} \sqrt{2 \ln(n_0^+ T)} \quad \text{Eq. C10}$$

Dove n_0^+ è la frequenza media della risposta del sistema e si valuta con Eq. C11.

$$n_0^+ = \frac{1}{2\pi} \frac{\dot{z}_{RMS}}{z_{RMS}} \quad \text{Eq. C11}$$

Sotto le stesse ipotesi il FDS è definito come danno medio dalla Eq. C12.

$$FDS = \frac{K^b}{C} n_0^+ T (z_{RMS} \sqrt{2})^b \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) \quad \text{Eq. C12}$$

Infine si riportano le espressioni del RMS dello spostamento relativo e della velocità relativa Eq. C13 e C14 rispettivamente, supponendo di approssimare la PSD con n tratti lineari.

$$(z_{RMS})^2 = \frac{\pi}{4\xi(2\pi)^4 f_0^3} \sum_{j=1}^n a_j G_j \quad \text{Eq. C13}$$

$$(\dot{z}_{RMS})^2 = \frac{\pi}{4\xi(2\pi)^2 f_0} \sum_{j=1}^n b_j G_j \quad \text{Eq. C14}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = \frac{h_2^{1,2} \Delta I_0 - {}^{1,2} \Delta I_1}{h_2 - h_1} \\ a_j = \frac{\frac{j-1,j}{h_j - h_{j-1}} \Delta I_1 - h_{j-1} \frac{j-1,j}{h_j - h_{j-1}} \Delta I_0}{h_j - h_{j-1}} - \frac{\frac{j,j+1}{h_{j+1} - h_j} \Delta I_1 - h_{j+1} \frac{j,j+1}{h_{j+1} - h_j} \Delta I_0}{h_{j+1} - h_j} \text{ se } 2 \leq j \leq n-1 \\ a_n = \frac{\frac{n-1,n}{h_n - h_{n-1}} \Delta I_1 - h_{n-1} \frac{n-1,n}{h_n - h_{n-1}} \Delta I_0}{h_n - h_{n-1}} \\ b_1 = \frac{h_2^{1,2} \Delta I_4 - {}^{1,2} \Delta I_5}{h_2 - h_1} \\ b_j = \frac{\frac{j-1,j}{h_j - h_{j-1}} \Delta I_3 - h_{j-1} \frac{j-1,j}{h_j - h_{j-1}} \Delta I_2}{h_j - h_{j-1}} - \frac{\frac{j,j+1}{h_{j+1} - h_j} \Delta I_3 - h_{j+1} \frac{j,j+1}{h_{j+1} - h_j} \Delta I_2}{h_{j+1} - h_j} \text{ se } 2 \leq j \leq n-1 \\ b_n = \frac{\frac{n-1,n}{h_n - h_{n-1}} \Delta I_3 - h_{n-1} \frac{n-1,n}{h_n - h_{n-1}} \Delta I_2}{h_n - h_{n-1}} \\ {}^{j,j+1} \Delta I_P = I_P(h_{j+1}) - I_P(h_j) \\ h_j = \frac{f_j}{f_0} \end{array} \right. \quad \text{Eq. C15}$$

Appendice D

Per dimostrare l'Eq. 16 viene considerato un caso semplificato. Supponiamo che il moto applicato alla base del provino sia un'accelerazione sinusoidale con pulsazione ω pari alla prima pulsazione naturale ω_n e ampiezza pari a \ddot{Y} . Il provino si deforma secondo il primo modo di vibrare quindi è valida la relazione tra tensione e momento flettente nel caso di deformata statica (Eq. D1).

$$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3} \quad \text{Eq. D1}$$

Il momento flettente è di natura inerziale ed è una funzione sinusoidale la cui ampiezza M dipende dall'ampiezza \ddot{X} dell'accelerazione della massa m (massa applicata a sbalzo), dalla massa m e dalla distanza l tra il baricentro del provino e la sezione resistente.

$$M = m\ddot{X}l \quad \text{Eq. D2}$$

Il provino può essere schematizzato con un sistema lineare ad un grado di libertà in cui la massa m viene considerata pari alla massa applicata a sbalzo. Considerando un fattore di smorzamento ζ pari a 5% si ottiene che:

$$\ddot{X} = \ddot{Y} \sqrt{\frac{1 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \approx 10\ddot{Y} \quad \text{Eq. D3}$$

Considerando la Eq. D1, D2 e D3 si ottiene che:

$$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32}{\pi d^3} ml\ddot{X} \approx \frac{32ml}{\pi d^3} \ddot{Y} 10 = k_2 \ddot{Y} \quad \text{Eq. D4}$$

La dimostrazione può essere estesa al caso più generale in cui alla base del provino è imposta una vibrazione random stazionaria rappresentata da una certa PSD, considerando invece delle ampiezze i valori RMS e invece della relazione Eq. D3 la Eq. D5.

$$\ddot{x}_{RMS} = \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{1 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} PSD_{\ddot{y}} d\omega} \quad \text{Eq. D5}$$

Appendice E

Si vuole dimostrare che la Eq. E1 è equivalente alla Eq. E2.

$$T_i(\ddot{y}_{i_{RMS}})^b = T_j(\ddot{y}_{j_{RMS}})^b \quad \text{Eq. E1}$$

$$FDS_i = FDS_j \quad \text{Eq. E2}$$

$$T_i(\ddot{y}_{i_{RMS}})^b = T_j(\ddot{y}_{j_{RMS}})^b \xrightarrow{\text{yields?}} FDS_i = FDS_j$$

$$\begin{aligned} FDS_i &= FDS_j \xrightarrow{\text{yields}} \frac{K^b}{C} T_i \left(\frac{1}{2\pi} \frac{\dot{z}_{i_{rms}}}{z_{i_{rms}}} \right) (\sqrt{2} z_{i_{rms}})^b \Gamma \left(1 + \frac{b}{2} \right) = \\ &= \frac{K^b}{C} T_j \left(\frac{1}{2\pi} \frac{\dot{z}_{j_{rms}}}{z_{j_{rms}}} \right) (\sqrt{2} z_{j_{rms}})^b \Gamma \left(1 + \frac{b}{2} \right) \\ &\xrightarrow{\text{yields}} T_i \dot{z}_{i_{rms}} (z_{i_{rms}})^{b-1} \\ &= T_j \dot{z}_{j_{rms}} (z_{j_{rms}})^{b-1} \xrightarrow{\text{yields}} T_i (G_{\ddot{y}_i})^{\frac{b}{2}} = T_j (G_{\ddot{y}_j})^{\frac{b}{2}} \end{aligned} \quad \text{Eq. E3}$$

Avendo supposto che la forma della PSD sia costante vale la Eq. E4.

$$G_{\ddot{y}_j} = \alpha G_{\ddot{y}_i} \quad \text{Eq. E4}$$

Introducendo la Eq. E4 in Eq. E3 si ottiene:

$$T_i (G_{\ddot{y}_i})^{\frac{b}{2}} = T_j (G_{\ddot{y}_j})^{\frac{b}{2}} \xrightarrow{\text{yields}} \frac{T_i}{T_j} = \left(\frac{G_{\ddot{y}_j}}{G_{\ddot{y}_i}} \right)^{\frac{b}{2}} \xrightarrow{\text{yields}} \frac{T_i}{T_j} = (\alpha)^{\frac{b}{2}} \quad \text{Eq. E5}$$

Quindi la Eq. F5 equivale alla Eq. F2.

Inoltre vale la relazione tra RMS e PSD (Eq. E6).

$$\ddot{y}_{j_{RMS}} = \sqrt{\int G_{\ddot{y}_j} df} \quad \text{Eq. E6}$$

Introducendo la Eq. E4 e la Eq. E6 nella Eq. E1 si ottiene:

$$\begin{aligned}
T_i(\ddot{y}_{i_{RMS}})^b &= T_j(\ddot{y}_{j_{RMS}})^b \xrightarrow{\text{yields}} \frac{T_i}{T_j} = \left(\frac{\ddot{y}_{j_{RMS}}}{\ddot{y}_{i_{RMS}}} \right)^b \xrightarrow{\text{yields}} \frac{T_i}{T_j} \\
&= \left(\frac{\int G_{\ddot{y}_j} df}{\int G_{\ddot{y}_i} df} \right)^{\frac{b}{2}} \xrightarrow{\text{yields}} \frac{T_i}{T_j} = \left(\frac{\int \alpha G_{\ddot{y}_i} df}{\int G_{\ddot{y}_i} df} \right)^{\frac{b}{2}} \xrightarrow{\text{yields}} \frac{T_i}{T_j} \\
&= (\alpha)^{\frac{b}{2}}
\end{aligned}
\tag{Eq. E7}$$

Quindi la Eq. E7 equivale alla Eq. E1.

Essendo Eq. E7 uguale a Eq. E5 si deduce che Eq. E1 ed Eq. E2 sono equivalenti.

Appendice F – Componenti industriali per Test Tailoring.

In questa appendice sono riportati i risultati di un'indagine di mercato svolta al fine di individuare alcuni componenti di interesse industriale potenzialmente interessanti dal punto di vista della qualifica a vibrazione.

Il contesto nel quale si opera per la scelta del componente è all'interno dell'ambito automotive vista la rilevanza industriale e le problematiche nel settore. Sebbene non venga considerata nel dettaglio l'attrezzatura a disposizione nel laboratorio, si considerano le sue caratteristiche generali (ad esempio assenza di camera termica). Le informazioni sono state ottenute da letteratura, "web communities" e interviste sul campo a tecnici. Sono stati individuati 5 componenti potenzialmente interessanti.

Per ogni componente vengono analizzati due aspetti: la rilevanza e la fattibilità. Un componente può essere rilevante perché: esposto a vibrazioni particolarmente intense, critico da un punto di vista della resistenza (ad esempio componenti tecnologici), pur soggetto a vibrazioni moderate, la sua funzionalità è importante (ad esempio per la sicurezza delle persone) oppure è costoso il suo ricambio. Con fattibilità si intende la possibilità di realizzare l'intera procedura di Test Tailoring. Ad ogni aspetto viene associato un giudizio numerico (da 1 a 5) per cercare di quantificare l'insieme dei giudizi qualitativi. Il secondo aspetto è subordinato ad un giudizio positivo (superiore o uguale a 3) sul primo.

Il primo componente esaminato è la centralina d'iniezione, dispositivo per la gestione elettronica della formazione della miscela e della sua combustione nei motori a combustione interna. Nelle autovetture la centralina è situata nel vano motore generalmente in due diversi punti (al variare dei punti di installazione varia la tipologia e l'intensità delle sollecitazioni): sul motore o sul telaio del veicolo. Le prime sono soggette a sollecitazioni di vibrazione meccanica: vibrazioni generate dal contatto pneumatico-terreno e vibrazioni generate dal motore, e sollecitazioni termiche. Centraline montate lontano dal motore sono sollecitate prevalentemente dalle vibrazioni meccaniche generate dal contatto pneumatico-terreno. Dall'indagine preliminare è emerso che le rotture di questo componente consistono in danneggiamenti dei circuiti elettrici interni. In particolare le centraline montate direttamente sul motore subiscono rotture più frequenti, in quanto subiscono una maggiore sollecitazione termica e di vibrazione. Dato che non abbiamo a disposizione l'attrezzatura per replicare la sollecitazione termica, si considerano solo centraline montate lontano dal motore, le quali però hanno una incidenza di rottura inferiore. A causa di questa limitazione il giudizio sulla rilevanza è solo sufficiente pari a 3. Inoltre non avremmo la possibilità di verificare il funzionamento della centralina in tempo reale durante le prove sullo shaker, cioè non sarebbe possibile determinare l'istante in cui avviene una rottura. A causa di questa limitazione anche il giudizio sulla fattibilità è limitato (3).

Il secondo componente esaminato è l'alzacristalli presente all'interno degli sportelli delle autovetture. Questo componente è costituito essenzialmente da un cavo di movimentazione, un supporto per il cristallo e un motorino elettrico. Il cavo e l'appoggio del cristallo risultano soggetti a diversi tipi di sollecitazione: eventuali sovraccarichi statici (ad esempio il peso del braccio

appoggiato sul cristallo semi-aperto), vibrazioni meccaniche generate dal contatto pneumatico-terreno, shock meccanici dovuti agli urti nella chiusura degli sportelli. Dall'indagine preliminare è emerso che le cause principali delle rotture non sono da attribuire alle vibrazioni meccaniche e allo shock. La rilevanza nel considerare questo componente è minima e non si procede con l'analisi di fattibilità.

Il terzo componente esaminato è il portabaule dei motocicli, montato a sbalzo nella parte posteriore dei motocicli per sostenere il peso del baule e del contenuto di quest'ultimo. Risulta soggetto prevalentemente a vibrazioni meccaniche generate dal contatto pneumatico-terreno. Le rotture di questo componente sono piuttosto comuni, infatti le sollecitazioni dinamiche sono possono essere intense perché: è posizionato a sbalzo e grava un peso notevole. Il componente risulta particolarmente interessante (rilevanza 5). L'acquisizione delle vibrazioni che sollecitano tale componente non presenta particolari criticità. Si rileva solo che è necessario un sistema di acquisizione completamente portatile, quindi anche il giudizio sulla fattibilità è alto (5).

Il quarto componente esaminato è il gruppo fanali. Questo componente è costituito da componenti sensibili a vibrazioni e shock (lampadine) e materiali fragili (plastiche). Come tutti i componenti installati in veicoli da strada, è soggetto a vibrazioni meccaniche dovute al contatto pneumatico-terreno. Tuttavia non risultano problematiche di rottura di questo componente nei comuni design poiché è un componente compatto e posizionato in una zona rigida. Eventualmente l'analisi potrebbe essere interessante nel caso di progettazione di un gruppo fanale con caratteristiche strutturali innovative completamente differenti dall'attuale stato dell'arte. Anche in questo caso la rilevanza è bassa e non si procede con l'analisi di fattibilità.

L'ultimo componente esaminato è la marmitta di un comune autoveicolo. Generalmente questo componente è costituito da tre parti: parte con catalizzatore (connessa al collettore di scarico del motore), parte centrale con silenziatore (accoppiata alla parte precedente con bulloni) e parte terminale con ulteriore silenziatore (accoppiata alla parte centrale generalmente con un accoppiamento per interferenza). Questi componenti sono soggetti a vibrazioni meccaniche dovute al contatto pneumatico-terreno e vibrazioni meccaniche generate dal motore. Inoltre ad aggravare la resistenza meccanica del componente è il fenomeno della corrosione, tuttavia le recenti innovazioni tecnologiche nelle caratteristiche dei materiali ne limitano gli effetti. Si verificano con una certa frequenza rotture in corrispondenza delle saldature tra i tubi e i silenziatori dovute alle sollecitazioni dinamiche aggravate dalla presenza di tratti sospesi. Si ritiene interessante lo studio dell'insieme della parte centrale e della parte terminale o della sola parte terminale. Si assegna pertanto ai due gruppi lo stesso giudizio di rilevanza (5). A livello di rilevanza risulta equivalente considerare solo la parte terminale o l'insieme di quella centrale e terminale invece, è più opportuno effettuare considerazioni circa la fattibilità trattando i due casi separatamente. Si hanno problemi distinti per quel che riguarda il posizionamento degli accelerometri nella fase di acquisizione, in particolare la disponibilità di una adeguata superficie sulla quale collocare gli accelerometri e la temperatura nella zona di montaggio. Infatti a causa del tipo di accoppiamento risulta più semplice collocare gli accelerometri alla base della parte centrale rispetto al collocamento alla base del tratto terminale. Al contrario le temperature sono inferiori alla base del tratto terminale. I problemi legati allo spazio disponibile e alle temperature di esercizio potrebbero essere risolti introducendo una flangia su cui fissare gli accelerometri. Alcuni accorgimenti per l'utilizzo della flangia possono essere: effettuare

acquisizioni ad intervalli brevi di tempo affinché la marmitta non si scaldi troppo, utilizzo di un materiale isolante (legno) affinché la zona di fissaggio degli accelerometri si riscaldi meno rapidamente (anche in questo caso potrebbe essere necessario effettuare acquisizioni ad intervalli brevi di tempo per controllare lo stato della flangia), utilizzo di un isolante tra tubo e flangia. Inoltre si rileva l'eventuale difficoltà nel gestire le dimensioni del componente montato sullo shaker durante la replica delle vibrazioni in laboratorio. Si può considerare che a livello di fattibilità i due casi esaminati differiscano solo per l'ingombro sullo shaker, tuttavia essendo gli ingombri elevati in entrambi i casi complessivamente viene fornito un unico giudizio anche per la fattibilità pari a 3.

Riepilogando i giudizi assegnati in precedenza, gli oggetti più significativi (dal punto di vista sia della rilevanza che della fattibilità) risultano il portabaule, la marmitta e la centralina.

Per la scelta del parametro b (durante la procedura di sintesi utilizzando il metodo FDS/MRS) occorre tenere in considerazione che se il componente in esame è costituito da diverse parti ognuna delle quali di materiale diverso, b deve essere noto per il materiale della parte in cui potrebbe verificarsi la rottura per fatica. Nel caso in cui non fosse nota la parte più critica, si potrebbe utilizzare per la sintesi il valore più basso di b (il minore tra i b di tutti i materiali di cui è costituito il componente). In questo modo le sollecitazioni sarebbero sovrastimate per tutti gli altri materiali aventi un b più alto. Viceversa scegliendo per la sintesi un valore di b più alto le sollecitazioni sarebbero sottostimate per i materiali che hanno un b più basso, e questo caso è sicuramente da evitare. Oppure un'altra soluzione sarebbe quella di effettuare test separati per ogni singola parte, se il componente lo permette.

Appendice G – Algoritmo di calcolo.

Il seguente algoritmo implementato in Matlab calcola il FDS e il MRS di una PSD in ingresso e permette di valutare una PSD sintetizzata a partire dal FDS o dal MRS. I risultati sono stati confrontati con quelli ottenuti tramite LMS – TestLab – Mission Synthesis.

```
%% Dati

load PSD1A

freq=PSD_Sum_None.x_values.values; % Frequenze di definizione della PSD
PSD1=PSD_Sum_None.y_values.values; % PSD in ingresso

T=1509; % Durata vibrazione in ingresso
bcoef1=7; % Pendenza curva di fatica
Q=10; % Fattore dinamico
Kw=1; %Coefficiente K (definizione FDS)
Cw=1; %Coefficiente C (definizione FDS)

fnatmin=2; % Frequenza naturale minima del SDOF
fnatmax=700; % Frequenza naturale massima del SDOF
fresol=0.5; % Risoluzione in frequenza
fnat=(fnatmin:fresol:fnatmax); % Vettore frequenze naturali
L=length(fnat);
f0=fnat;

%% Calcolo FDS e MRS

N=length(PSD1)-1;
z=1/(2*Q); % Fattore di smorzamento
a=2*sqrt(1-z^2);
b=2*(1-2*z^2);
Gamma1=gamma(1+bcoef1/2);

Ex=zeros(N,L);
Ev=zeros(N,L);
Ea=zeros(N,L);

for i=1:N

G=PSD1(i);
f1=freq(i);
f2=freq(i+1);
h1=f1./f0;
h2=f2./f0;
i1=log((h1.^2+a*h1+1)./(h1.^2-a*h1+1));
i2=log((h2.^2+a*h2+1)./(h2.^2-a*h2+1));
l1=atan((2*h1+a)./(2*z));
l2=atan((2*h2+a)./(2*z));
m1=atan((2*h1-a)./(2*z));
m2=atan((2*h2-a)./(2*z));

I01=(z/(pi*a))*i1+(1/pi)*(l1+m1);
I21=-1*(z/(pi*a))*i1+(1/pi)*(l1+m1);
I41=((4*z)/pi)*h1+b*I21-I01;
```

```

I02=(z/(pi*a))*i2+(1/pi)*(l2+m2);
I22=-1*(z/(pi*a))*i2+(1/pi)*(l2+m2);
I42=((4*z)/pi)*h2+b*I22-I02;

D0=I02-I01;
D2=I22-I21;
D4=I42-I41;

Ex(i,:)=G*D0;
Ev(i,:)=G*D2;
Ea(i,:)=G*D4;

end

Sx=sum(Ex);
Sv=sum(Ev);
Sa=sum(Ea);

A=(1./(((2*pi)^4)*f0.^3))*(pi/(4*z));
Zrmsp2=Sx.*A;
Zrms=sqrt(Zrmsp2); % RMS spostamento relativo

B=(1./(((2*pi)^2)*f0))*(pi/(4*z));
Vrmsp2=Sv.*B;
Vrms=sqrt(Vrmsp2);

C=f0*(pi/(4*z));
Armsp2=Sa.*C;
Arms=sqrt(Armsp2);

n0plus=(1/(2*pi))*Vrms./Zrms;
npplus=(1/(2*pi))*Arms./Vrms;
r=n0plus./npplus;

MRSa=(Zrms.*(2*pi*f0).^2).*sqrt(2*log(n0plus*T));
FDSa=(Kw^bcoef1/Cw)*T*Gamma1*(sqrt(2)^bcoef1)*(Zrms.^bcoef1).*n0plus;

%% Sintesi a partire da FDS

T2=360; % Durata della vibrazione sintetizzata
bcoef2=bcoef1; % Pendenza curva a fatica
Gamma2=gamma(1+bcoef2/2);

FDSa2=2*pi*FDSa./((Kw^bcoef2/Cw)*T2*Gamma2*(sqrt(2)^bcoef2));

Int1=(FDSa2.^2)./(B.*A.^(bcoef2-1));
Int2=Int1./(Sv.*Sx.^(bcoef2-1));
ALPHA=Int2.^(1/bcoef2);

PSD2=PSD1.*ALPHA; % PSD Sintesi

%% Sintesi a partire da MRS

T2=360; % Durata della vibrazione sintetizzata
bcoef2=bcoef1;
Gamma2=gamma(1+bcoef2/2);

MRSa2=MRSa./(((2*pi*f0).^2).*sqrt(2*log(n0plus*T2)));

```



```
ALPHA2=(MRSa2.^2) ./ (Sx.*A) ;
```

```
PSD3=PSD1.*ALPHA2; % PSD Sintesi
```

In Figura G1 e G2 sono confrontati rispettivamente i FDS e i MRS ottenuti con i due codici di calcolo.

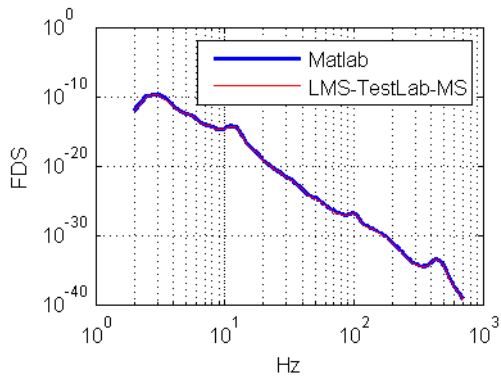


Figura G1 – Confronto FSD.

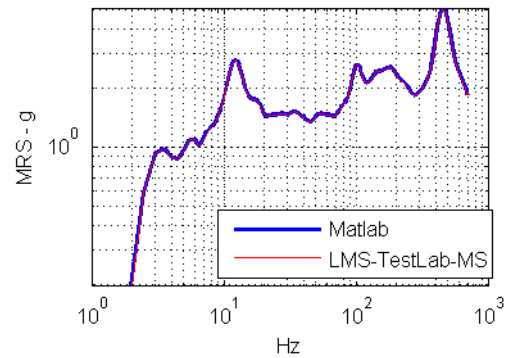


Figura G2 – Confronto MRS.

In Figura G3 sono confrontate le PSD ottenute con i due codici di calcolo sintetizzando a partire dal FDS. In Figura G4 sono confrontate le PSD ottenute con i due codici di calcolo sintetizzando a partire dal MRS.

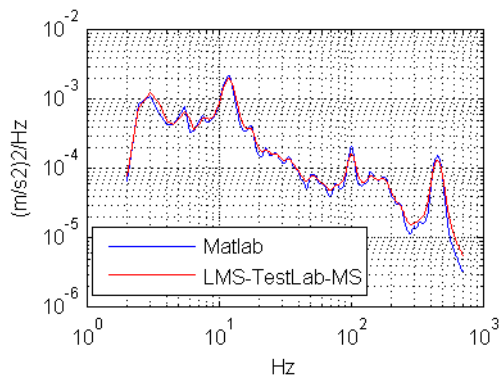


Figura G3 – Confronto PSD.

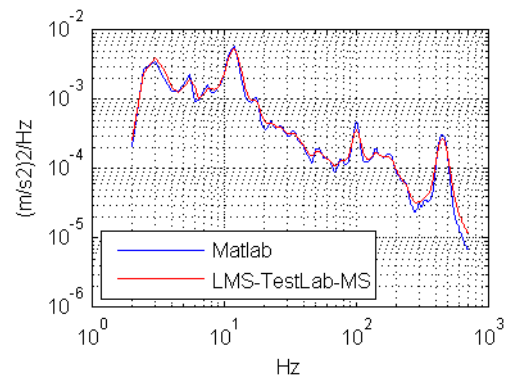


Figura G4 – Confronto PSD.

Le differenze tra i due codici di calcolo sono minime.